

ANALISI MATEMATICA I

23 NOVEMBRE 2011 LABORATORIO

(1) Visualizzare ordini di infinitesimo e parti principali per $x \rightarrow 0$

$$\sin x \sim x \quad x^2 = o(x) \quad \sin x \asymp 2x$$

(2) Calcolare la parte principale per $x \rightarrow 0$ di $f(x) = \sqrt{1+x^2} - 1$. Calcolare poi

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1 + x^3}{1 - \cos x}.$$

(3) Lo scopo di questo esercizio è calcolare due cifre esatte di e . È noto che la successione

$a_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ è monotona crescente e ha limite e .

- Verificare che la successione $b_n = (1 + \frac{1}{n})^{n+1}$ è monotona decrescente.
- Verificare che la successione b_n ha limite e .
- Dedurre che $a_n < e < b_n$ e che $b_n - a_n < 3/(n+1)$.
- Calcolare due cifre esatte di e .

Possono essere utili i seguenti comandi:

Per l'esercizio 1:

```
plot([sin(x),x],x=-0.01..0.01);  
plot([sin(x),2x,x^2],x=-0.01..0.01,thickness=4,legend=["sin(x)","2x","x^2"]);  
plot([x,x^2],x=-0.01..0.01);
```

Per l'esercizio 3:

```
seq([(1.+1/n)^n,(1.+1/n)^(n+1)],n=1..1000);
```