Esame scritto di Analisi 3 del 25 gennaio 2006

1. Studiare continuità e differenziabilità della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} xy \log \frac{1}{x^2+y^2} & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2+y^2 = 0. \end{cases}$$

2. Disegnare $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2 - 2x + 4y^2 - 4y - 2 < 0\}$ e calcolare

$$\iint_Q xy \, dxdy.$$

3. Sia

$$f(x,y) = x^4 + 2y^2 - 4xy.$$

a) Determinare, se esistono, massimi e minimi **relativi** di f sul suo dominio.
b) Determinare, se esistono, massimi e minimi **assoluti** di f sul suo dominio (può essere utile ricordare che $2ab \leq a^2 + b^2$).

4. Determinare, se possibile, le soluzioni dei problemi

$$(P1) \begin{cases} y' = (1-y^2)\sin x \\ y(0) = 1 \end{cases} \qquad (P2) \begin{cases} y' = (1-y^2)\sin x \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Approssimare la soluzione del problema $(P2)$ con il metodo di Eulero sull'intervallo $[-0.5, 0.5]$ con passo 0.01.