

**Esame scritto di Analisi 3 del 12 giugno 2006**

1. Si determinino tutte le soluzioni dell'equazione

$$y_{n+2} - y_{n+1} - 2y_n = 0.$$

Determinare la soluzione del problema

$$\begin{cases} y_{n+2} - y_{n+1} - 2y_n = n. \\ y_0 = 0 \\ y_1 = 1 \end{cases}$$

2. Disegnare l'insieme

$$A = \{(x, z) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq z \leq -x^2 + 2x, \quad 0 \leq x \leq 1\}.$$

Calcolare

$$\int_A xz \, dx dz.$$

Calcolare il volume del solido ottenuto ruotando l'insieme

$$A' = \{(x, 0, z) : (x, z) \in A\}$$

attorno all'asse  $z$ .

3. Sia

$$g(x, y) = \log(2x - x^2 - 2y^2).$$

Disegnare il dominio di  $g$ . Determinare massimi, minimi relativi e punti sella di  $g$ . Dire se  $g$  ha massimo o minimo assoluto sul suo dominio.

4. Studiare continuità e differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 |y-1|}{x^2 + (y-1)^2} & x^2 + (y-1)^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + (y-1)^2 = 0. \end{cases}$$