

Compito di Esame

1. Si considerino i seguenti tre vettori $v_1 = (1, 0, 0)$, $v_2 = (-1, -1, 2)$, $v_3 = (0, -1, 1)$ di \mathbb{R}^3 e la terna $F = (v_1, v_2, v_3)$.
- Verificare che F è una base di \mathbb{R}^3 .
 - Trovare le coordinate di $u = (1, 1, 1)$ rispetto a F .
 - Verificare l'uguaglianza $u = E \cdot M_F^E M_u^F$.

2. Si considerino le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ a & -1 & b \\ b & -b & a \end{pmatrix}$$

Esistono valori reali di a , b tali che le due matrici A , B commutino (ossia $A * B = B * A$)?

3. Sia dato un sistema di coordinate ortogonali monometrico nello spazio e si considerino i tre vettori $u_1 = (1, 2, 0)$, $u_2 = (2, 4, 1)$, $u_3 = (4, 9, 1)$.
- Calcolare il volume η del parallelepipedo definito dai tre vettori.
 - Trovare tutti i vettori che sono perpendicolari sia a u_1 che a u_2 .
 - Trovare un vettore v che abbia le due seguenti proprietà:

$$|v| = |u_2| \quad \text{e} \quad u_1 \cdot u_2 < u_1 \cdot v$$

4. Calcolare con il metodo di Gauss il determinante della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2/5 & 1 & -1 \\ -3/5 & 5/4 & 0 & -1/3 \\ 1 & -7/4 & 3/2 & -5/3 \\ 2/5 & -1/2 & 3/2 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Sia dato il parametro $t \in \mathbb{Q}$ ed il sistema lineare

$$\begin{cases} x + 2/5y + z & = 0 \\ ty - 2/3z & = 0 \\ tx - 8/5y + 7/3z & = 1 \end{cases}$$

nelle incognite x, y, z . Si descrivano le soluzioni al variare del parametro.