

## Compito di Esame

1. Sia data la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1/2 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2/5 \end{pmatrix}$$

- a) Calcolare l'inversa di  $A$ .
- b) Calcolare la decomposizione LU di  $A$ .

2. Data la famiglia di sistemi lineari (nelle incognite  $x, y, z, w$ )

$$\begin{cases} ax + ay + 2z + 3w & = & 0 \\ -ay + 3z + 3w & = & 0 \\ z + 3w & = & -1 \end{cases}$$

si trovi una descrizione dell'insieme delle soluzioni al variare di  $a \in \mathbb{Q}$ .

3. Siano dati i vettori  $v = (2, 1, 1, 0)$ ,  $w = (3, 1, 1, 0)$ ,  $u = (1, 0, 0, 0)$  in  $\mathbb{R}^4$ .

- a) Trovare, se esiste, una base di  $\mathbb{R}^4$  che contenga  $\{u, v, w\}$ .
- b) Trovare un vettore perpendicolare a  $u, v, w$ .
- c) Trovare una descrizione dell'insieme dei vettori perpendicolari a  $u, v, w$ .

4. Si considerino i seguenti tre vettori  $v_1 = (1, 0, 0)$ ,  $v_2 = (-1, -1, 2)$ ,  $v_3 = (0, 0, 1)$  di

$\mathbb{R}^3$  e la terna  $F = (v_1, v_2, v_3)$ . Sia  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Verificare che  $F$  è una base di  $\mathbb{R}^3$ .
- b) Sapendo che  $A = M_F^G$ , determinare  $G$ .