

Compito di Esame

1. Data la famiglia di sistemi lineari (nelle incognite x, y, z, w)

$$\begin{cases} x + ay + 2z + 3w & = & 0 \\ -by + 3z + 3w & = & 0 \\ z + w & = & -1 \end{cases}$$

si trovi una descrizione dell'insieme delle soluzioni al variare di $a, b \in \mathbb{Q}$.

2. Siano dati i vettori $u_1 = (1, 0, 0, 1)$, $u_2 = (2, 0, 1, -1)$ in \mathbb{Q}^4 .

- Calcolare, se esiste, un vettore v ortogonale a u_1 e parallelo a u_2 .
- Calcolare, se esiste, un vettore v parallelo sia a u_1 che a u_2 .
- Calcolare, se esiste, un vettore v ortogonale sia a u_1 che a u_2 .
- Sia V l'insieme di tutte le combinazioni lineari dei due vettori u_1, u_2 . Dimostrare che se u è ortogonale sia a u_1 che a u_2 , allora è ortogonale a tutti i vettori di V .

3. Si considerino i seguenti tre vettori $v_1 = (1, 0, 0)$, $v_2 = (-1, 3, 2)$, $v_3 = (0, 1, 1)$ di \mathbb{R}^3 e la terna $F = (v_1, v_2, v_3)$.

- Verificare che F è una base di \mathbb{R}^3 .
- Trovare le coordinate di e_2 rispetto a F .

4. Consideriamo matrici a entrate razionali e supponiamo unitario il costo di ogni operazione tra numeri.

- Calcolare il costo computazionale del prodotto di due matrici quadrate di ordine n , di cui una diagonale e una triangolare superiore.
- È vero che il cubo di una matrice diagonale è una matrice diagonale?