

COMPITO DI ESAME (2 ore)

Giustificare ogni affermazione e scrivere sul foglio quali esercizi sono stati svolti al calcolatore

Copiare nel file i risultati ottenuti al calcolatore

Stampare con il comando "File - Postscript Print Buffer"

Esercizio 1. Sia dato un sistema di coordinate ortogonali monometrico nel piano e si considerino i vettori $u_1 = (-1, -3)$, $u_2 = (-2, -6)$, $u_3 = (0, 1)$, $u_4 = (3, -1)$.

- (a) Quale è la massima area tra quelle dei parallelogrammi definiti dalle coppie di vettori (u_i, u_j) al variare di $i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$?
- (b) Quale è il massimo tra i prodotti scalari delle coppie di vettori (u_i, u_j) al variare di $i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$?

Esercizio 2. Siano date le matrici in $\text{Mat}_3(\mathbb{R})$

$$A_a = \begin{pmatrix} a & 2-a & a \\ a-1 & -a & 0 \\ a & a & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$, la matrice A_a non è invertibile.
- (b) Trovare un valore di a per cui sia valida la disuguaglianza $\det(A_a) > 10^{12}$.
- (c) Detta $B = (A_a)^{\text{tr}} A_a$, verificare che $\det(B) \geq 0$ per ogni valore di $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3. Sia data la matrice in $\text{Mat}_4(\mathbb{R})$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcolare la decomposizione LU di A .
- (b) Detta F la quaterna di vettori tali che $A = M_F^E$, provare che F è base di \mathbb{R}^4 .
- (c) Calcolare M_E^F .