

COMPITO DI ESAME (2 ore)

Giustificare ogni affermazione e scrivere sul foglio quali esercizi sono stati svolti al calcolatore

Copiare nel file i risultati ottenuti al calcolatore

Stampare con il comando "File - Postscript Print Buffer"

Esercizio 1. Sia E l'insieme delle matrici ortogonali in $\text{Mat}_3(\mathbb{R})$, della forma

$$\begin{pmatrix} -1 & a_1 & a_2 \\ 1 & a_3 & a_4 \\ 0 & a_5 & a_6 \end{pmatrix}$$

- (a) Descrivere l'insieme E mediante relazioni tra i parametri a_1, a_2, \dots, a_6 .
- (b) Ci sono in E matrici triangolari inferiori?
- (c) Ci sono in E matrici simmetriche?

Esercizio 2. Sia data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$$

- (a) È vero che A è definita positiva?
- (b) È vero che gli autovalori di A sono tutti positivi?

Esercizio 3. Si consideri il cambiamento di base di \mathbb{R}^3 dato dalla matrice

$$M_F^E = \begin{pmatrix} -27 & -8 & -4 \\ 24 & 5 & 4 \\ 128 & 38 & 19 \end{pmatrix}$$

- (a) Trovare gli autovalori di M_F^E .
- (b) Esiste un vettore le cui coordinate vengono moltiplicate per 4 nel suddetto cambiamento di base?
- (c) Trovare un vettore non nullo le cui coordinate non cambiano.