

Prova intermedia (2 ore)

Esercizio 1. Sia data la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

- (a) Portare in forma canonica la forma quadratica Q associata a $B = A^{\text{tr}}A$, e mostrare le matrici di cambiamento di base.
- (b) È vero che Q è il quadrato di una forma lineare?

Esercizio 2. Sia data la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 6 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcolare il rango di A in due modi diversi: come numero massimo di righe linearmente indipendenti e come dimensione dello spazio vettoriale generato dalle colonne.
- (b) Calcolare $B = A^{\text{tr}}A$ e dire se è possibile fare la decomposizione di Choleski della matrice B .

Esercizio 3. Sia G la coppia di vettori $\{(1, 1, 1), (-1, -1, 2)\} \subset \mathbb{R}^3$ e sia V lo spazio da essi generato.

- (a) Dire se G è base ortonormale di V .
- (b) Detta $A = M_G^E$, determinare la forma QR di A .
- (c) Determinare tutti i vettori di \mathbb{R}^3 che hanno su V la stessa proiezione ortogonale di $(1, 1, -1)$.