

COMPITO DI ESAME (2 ore)

Giustificare ogni affermazione e scrivere sul foglio quali esercizi sono stati svolti al calcolatore

Copiare nel file i risultati ottenuti al calcolatore e salvare il file!

Stampare con il comando "File - Postscript Print Buffer"

Esercizio 1. Sia E l'insieme delle matrici in $\text{Mat}_3(\mathbb{R})$, della forma

$$\begin{pmatrix} a_1 & 1 & a_2 \\ a_3 & 0 & a_4 \\ a_5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Ci sono matrici ortonormali in E ?
- (b) È vero che in E ci sono infinite matrici simmetriche?

Esercizio 2. Sia data la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 6 \\ 4 & 8 & 16 \end{pmatrix}$$

e sia Q la forma quadratica associata a $B = A^{\text{tr}}A$.

- (a) Calcolare il rango di A .
- (b) Trovare un vettore $v \neq 0$ tale che $Q(v) = 0$.
- (c) Portare in forma canonica B e mostrare le matrici di cambiamento di base.

Esercizio 3. Si consideri la trasformazione lineare φ di \mathbb{R}^3 in se stesso, data dalla matrice

$$M_{\varphi(E)}^E = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -3 & -12 & -20 \\ 2 & -13 & -10 \\ 57 & 81 & 86 \end{pmatrix}$$

- (a) Trovare gli autovalori di $M_{\varphi(E)}^E$.
- (b) Trovare, se esiste, un vettore v non nullo tale che $\varphi(v) = -v$.