Algebra Lineare e Geometria Analitica Genova, 25 giugno 2009

Compito di esame (2 ore)

Giustificare ogni affermazione
Salvare il file come *cognome*`.cocoa` e riportare i risultati finali ottenuti
Indicare chiaramente quali esercizi sono stati svolti al calcolatore
Stampare dal menù File - Postscript Print Buffer

Esercizio 1. Siano date le due matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & -5 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

e la matrice di incognite

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{pmatrix}$$

(a) Risolvere l'equazione matriciale $A\,X = B$.

(b) Spegare la relazione tra il fatto che $\mathrm{Det}(A) = 1$ e il fatto che la soluzione è una matrice di numeri interi.

Esercizio 2. Siano dati il punto $P(0, -2, 3)$, il piano

$$\pi = (s - t,\ 2s,\ s + t) \quad s, t \in \mathbb{R}$$

e la retta $r : y - x + z = 1 + x - z = 0$.

(a) Determinare il piano π' passante per P e parallelo a π.

(b) Calcolare $\pi' \cap r$.

Esercizio 3. Per risolvere questo esercizio potete usare `Det`, `Inverse` in CoCoA
Sia data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(a) Calcolare la pseudoinversa di A.

(b) Detta $B = AA^{\mathrm{tr}}$, perché B ha un autovalore nullo?

(c) Detto V il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$ generato dalle colonne di B, calcolarne una base.

Esercizio 4. Portare la conica $\gamma : x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ in forma canonica mostrando il cambio di coordinate.