

11 luglio 2012– Compito di esame (2.5 ore)

Giustificare ogni affermazione

Salvare il file CoCoA come *cognome.cocoa* e riportare i risultati finali ottenuti

Stampare dal menù File - Postscript Print Buffer

**Esercizio 1.** Considerare il sottospazio  $V_a \subset \mathbb{R}^4$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , generato da  $\{(1, a, 1, 0), (1, 0, 1, a), (1, 0, 1, 0)\}$ . Determinare, al variare del parametro  $a$ :

- (a) La dimensione di  $V_a$ . ..... CoCoA□  
foglio□
- (b) Il proiettore su  $V_a$ . ..... CoCoA□  
foglio□

**Esercizio 2.** Siano  $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - y - z + t = 0\}$  e  $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + 2z - t = 0\}$ .

- (a) Determinare una base di  $V \cap W$  e estenderla a una base di  $W$ . ..... CoCoA□  
foglio□
- (b) Esiste un'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  tale che  
 $\text{Ker}(f) = V \cap W$  e  $\text{Im}(f) = V$ ? ..... CoCoA□  
foglio□
- (c) Costruire un endomorfismo semplice iniettivo di  $\mathbb{R}^4$  che abbia  $V \cap W$  come autospazio  
associato all'autovalore  $-1$ . ..... CoCoA□  
foglio□

**Esercizio 3.**

Dati i punti  $A(0, 1, 0)$ ,  $B(2, 2, 1)$ ,  $C(1, 0, -1)$  e detta  $r$  la retta passante per  $A$  e  $B$ , determinare

- (a) Il punto  $D$  simmetrico di  $C$  rispetto alla retta  $r$ . ..... CoCoA□  
foglio□
- (b) La circonferenza  $\gamma$  descritta dalla rotazione del punto  $C$  attorno alla retta  $r$ . CoCoA□  
foglio□
- (c) Il piano del fascio di asse  $r$  ortogonale alla retta  $x = t$ ,  $y = 2t$ ,  $z = -4t$ . ... CoCoA□  
foglio□

**Esercizio 4.** Sia data la seguente quadrica  $\gamma : 6xz + 8yz - 5x = 0$ .

- (a) Determinare il tipo della quadrica. ..... CoCoA□  
foglio□
- (b) Determinare le equazioni degli assi di un sistema di coordinate in cui  $\gamma$  abbia  
forma canonica. ..... CoCoA□  
foglio□
- (c) Trovare le rette giacenti su  $\gamma$  passanti per il punto  $A = (-1, 2, -1/2)$ . ..... CoCoA□  
foglio□