

## Compito di Esame

1. Sia dato il parametro  $t \in \mathbb{Q}$  ed il sistema lineare

$$\begin{cases} tx - y - z = 0 \\ 2x - z = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

nelle incognite  $x, y, z$ . Si descrivano le soluzioni al variare del parametro.

2. Sia dato un sistema di coordinate ortogonali monometrico nel piano e si consideri il vettore  $u = (10, 30)$ .

- Calcolare  $v = \text{vers}(u)$
- Calcolare  $v' = \text{vers}(-u)$
- Trovare un vettore  $w$  che formi con  $u$  un angolo di  $\frac{\pi}{4}$ .
- Esiste un vettore di lunghezza minima tra i vettori non nulli e paralleli a  $u$ ?

3. Siano date le matrici

$$A_a = \begin{pmatrix} 0 & 2-a & 1 \\ a-1 & 1 & 0 \\ a & a & 0 \end{pmatrix}$$

- Dire per quali valori di  $a \in \mathbb{R}$ , la matrice  $A_a$  è invertibile.
- Ci sono valori di  $a$  per cui è possibile fare la decomposizione  $LU$  di  $A_a$ ?

4. Data la base  $F$  nel piano  $\{(1, -1), (2, 1)\}$  e

- dato il vettore  $u$  le cui coordinate rispetto alla base canonica  $E$  sono 2,0 quali sono le sue coordinate rispetto alla base  $F$ ?
- dato il vettore  $v$  le cui coordinate rispetto a  $F$  sono -1,2 quali sono le sue coordinate rispetto alla base  $E$ ?

5. Calcolare il determinante della seguente matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & -3/5 & 5/4 & 0 \\ -1/3 & 2/5 & -1/5 & 4/3 \\ 1/2 & 2/5 & -1/2 & 3/2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$