

Compitino

1. Sia data la seguente matrice simmetrica

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1/4 & -2 \\ 1/4 & 9/16 & -7/2 \\ -2 & -7/2 & 18 \end{pmatrix}$$

- Con operazioni elementari su righe e colonne trasformare A in una matrice diagonale B .
- Descrivere le nuove coordinate rispetto alle quali la forma quadratica Q associata ad A ha come matrice B e fare la verifica.
- Determinare, se possibile, due vettori u, v di \mathbb{R}^3 tali che $Q(u) > 0$ e $Q(v) < 0$.
- Determinare, se esistono, vettori non nulli $u \in \mathbb{R}^3$ tali che $Q(u) = 0$?

2. Sia data la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 4 \\ 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

- Calcolare la dimensione del sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 generato dalle colonne di A , ossia quello formato dalle combinazioni lineari delle colonne di A .
- Calcolare $B = A^T A$ e dire se è possibile fare la decomposizione di Choleski della matrice B .

3. Cambiamenti di base.

- Trovare un cambiamento di base di \mathbb{R}^2 tale che la rappresentazione del vettore e_1 nelle nuove coordinate sia $(1, 0)$ e che la rappresentazione del vettore $(1, 2)$ nelle nuove coordinate sia $(1, 1)$.
- Si consideri il cambiamento di base di \mathbb{R}^3 dato dalla matrice

$$M_{\overline{F}}^E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Ci sono vettori non nulli le cui coordinate non cambiano?