

## Compito di Esame

1. Si considerino i seguenti due vettori  $v_1 = (1, 2, 0)$ ,  $v_2 = (1, 1, 1)$ , il vettore generico  $v = (a, b, c)$  e la terna  $F = (v_1, v_2, v)$ .
- Per quali valori di  $a, b, c$ , la terna di vettori  $F$  non è una base di  $\mathbb{R}^3$ ?
  - Trovare una terna di valori negativi di  $a, b, c$  tali che  $F$  sia una base di  $\mathbb{R}^3$ .
  - Se  $a = 1$ ,  $b = 2$ , il volume del parallelepipedo definito da  $v_1, v_2, v$  aumenta o diminuisce al crescere di  $c$ ?

2. Dato il parametro  $a \in \mathbb{Q}$  ed il sistema lineare

$$\begin{cases} ax + ay + z = 1 \\ x + y + 2z + 3w = 0 \\ ay + 3z + 3w = 0 \\ z + 3w = -1 \end{cases}$$

nelle incognite  $x, y, z, w$ , si trovi una descrizione dell'insieme delle soluzioni.

3. Sia dato un sistema di coordinate ortogonali monometrico nel piano e si considerino i vettori  $u = (2, 2)$ ,  $v = (-1, -2)$ .
- Calcolare il coseno dell'angolo formato da  $u$  e  $\text{vers}(v)$ .
  - Trovare tre vettori che hanno lo stesso modulo di  $v$ .
  - Descrivere l'insieme dei vettori perpendicolari a  $u$ .

4. Sia data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2/5 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2/3 \\ 5/2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Calcolare, se possibile, la decomposizione LU di  $A$
- Calcolare, se possibile, l'inversa di  $A$ .