

Compito di esame (2 ore)

Giustificare ogni affermazione

Salvare il file come *cognome.cocoa* e riportare i risultati finali ottenuti

Indicare chiaramente quali esercizi sono stati svolti al calcolatore

Stampare dal menù File - Postscript Print Buffer

**Esercizio 1.** Sia dato un sistema di coordinate ortogonali monometrico nello spazio e si consideri la retta  $r$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = t - 1 \\ z = 2t - 2 \end{cases}$$

- (a) Sia  $v = (1, 1, 1)$ . Trovare l'angolo che  $v$  forma con  $r$ .
- (b) Trovare il piano passante per  $P = (1, 1, 1)$ ,  $Q = (0, 1, 0)$  e parallelo a  $r$ .
- (c) Esiste un piano perpendicolare a  $r$  e passante per  $P$  e  $Q$ ?

**Esercizio 2.** Sia dato un sistema di coordinate ortogonali monometrico nello spazio e si consideri il vettore  $u = (30, 0, 40)$ .

- (a) Sia  $v = (1, 1, 1)$ . Trovare tutti i vettori ortogonali sia a  $u$  che a  $v$ .
- (b) Trovare tutti i vettori ortogonali a  $u$  e aventi seconda coordinata 2.

**Esercizio 3.** Siano date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

e si consideri la famiglia di sistemi lineari  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  al variare di  $a, b \in \mathbb{R}$ .

- (a) Dire se, al variare di  $a \in \mathbb{R}$ , le matrici  $A$  sono invertibili.
- (b) Dire se i sistemi lineari suddetti hanno tutti soluzioni.
- (c) Ci sono valori di  $a, b$  per cui i sistemi hanno infinite soluzioni?

**Esercizio 4.** Sia data la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Se possibile, calcolare la decomposizione LU di  $A$ .