

7 luglio 2011– Compito di esame (2 ore)

Giustificare ogni affermazione

Salvare il file CoCoA come *cognome.cocoa* e riportare i risultati finali ottenuti

Stampare dal menù File - Postscript Print Buffer

**Esercizio 1.** Sia  $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definita da

$$M_{\varphi(E)}^E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

dove  $E = \{e_1, e_2, e_3\}$  è la base standard di  $\mathbb{R}^3$ .

Sia  $\mathcal{B} = \{v_1 = (1, 1, 1), v_2 = (1, 2, 0), v_3 = (3, 0, 0)\}$  un'altra base di  $\mathbb{R}^3$ .

- (a) Esprimere  $\varphi(e_1)$  come combinazione lineare dei vettori di  $\mathcal{B}$ . ..... CoCoA□  
foglio□
- (b) Mostrare che 1 è un autovalore di  $\varphi$  e che  $(1, 1, 1)$  è un suo autovettore. .... CoCoA□  
foglio□
- (c) Spiegare perché  $\varphi$  è, oppure non è, diagonalizzabile. .... CoCoA□  
foglio□

**Esercizio 2.** Sia  $Q(x, y) = 3x^2 - 4xy + 3y^2$ .

- (a) Calcolare la positività di  $Q(x, y)$  ..... CoCoA□  
foglio□
- (b) Descrivere  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid Q(x, y) = 0\}$  ..... CoCoA□  
foglio□
- (c) Descrivere  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid Q(x, y) = 5\}$  ..... CoCoA□  
foglio□

**Esercizio 3.** Sia dato un sistema di coordinate ortogonali monometrico nello spazio. Date le rette

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t + 1 \end{cases}$$

e

$$s : \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

- (a) Dimostrare che sono sghembe. .... CoCoA□  
foglio□
- (b) Trovare il piano che passa per  $s$  ed è perpendicolare a  $r$ . .... CoCoA□  
foglio□