

14 novembre 2011– Compitino (2 ore)

Giustificare ogni affermazione

Salvare il file CoCoA come *cognome.cocoa* e riportare i risultati finali ottenuti

Stampare dal menù File - Postscript Print Buffer

**Esercizio 1.** Sia  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  ..... CoCoA□  
foglio□

(a) Provare che  $A$  è invertibile e determinare  $A^{-1}$ .(b) Motivare la compatibilità del sistema lineare  $AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  e determinarne le soluzioni.

**Esercizio 2.** Discutere al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la compatibilità del seguente sistema lineare specificando il numero di soluzioni (quando compatibile) ..... CoCoA□  
foglio□

$$\begin{cases} x + \alpha y + z + t = 1 \\ x + y + 2z + t = 1 \\ \alpha x + \alpha t = 1 \end{cases}$$

**Esercizio 3.** Nel piano con sistema di riferimento ortogonale Oxy sono date le rette:

$$r : x + y = 2 \quad s_\alpha \begin{cases} x = t + \alpha \\ y = 3\alpha t + \alpha \end{cases}$$

con  $\alpha \in \mathbb{R}$ . ..... CoCoA□  
foglio□

(a) Studiare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , la reciproca posizione di  $r$  e  $s_\alpha$ .(b) Fissato  $\alpha = 0$  si trovi una rappresentazione cartesiana della retta passante per  $(3, \frac{1}{7})$  e parallela a  $s_0$ .

**Esercizio 4.** Siano  $A, B, C \in M_n(k)$ .

Motivando adeguatamente, dire se le seguenti affermazioni sono vere o false ..... CoCoA□  
foglio□

(a) Se  $A$  è invertibile e  $AB = AC$ , allora  $B = C$ .(b) Se  $A \neq 0$  e  $\det(AB) = \det(AC)$ , allora  $B = C$ .(c) Se  $A^3 + 3I = 0$ , allora  $A$  è invertibile.(d) Se  $A$  e  $B$  sono matrici elementari, allora  $AB$  è una matrice elementare.(e) Se  $A$  è invertibile e la sua inversa è  ${}^tA$ , allora  $\det(A) = \pm 1$ .