

18 giugno 2012– Esame (2.5 ore)

Giustificare ogni affermazione

Salvare il file CoCoA come *cognome.cocoa* e riportare i risultati finali ottenuti

Stampare dal menù File - Postscript Print Buffer

**Esercizio 1.** Sia  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare data da

$$f(x, y, z, t) = (3x - 2z + t, 4x - 2y + 2z + 3t, x + 2z + 2t)$$

- (a) Determinare una base di  $\text{Ker } f$  e una base di  $\text{Im } f$ . ..... CoCoA□  
foglio□
- (b) Siano  $E$  la base canonica di  $\mathbb{R}^4$  e  $F$  la base di  $\mathbb{R}^3$  costituita dai vettori  $v_1 = (1, 0, 1)$ ,  
 $v_2 = (1, 0, 0)$ ,  $v_3 = (1, 1, 1)$ . Scrivere la matrice  $M_{f(E)}^F$ . ..... CoCoA□  
foglio□
- (c) Trovare il vettore più vicino a  $w = (1, 2, 3, 4)$  in  $\text{Ker}(f)$ . ..... CoCoA□  
foglio□
- (d) Determinare, se esiste, un'applicazione lineare  $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  tale che  $f \circ g$  sia l'applicazione  
identica su  $\mathbb{R}^3$ . ..... CoCoA□  
foglio□

**Esercizio 2.** Sia  $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{bmatrix}$

- (a) Provare che  $(0, 1, 1)$  è un autovettore di  $A$ . ..... CoCoA□  
foglio□
- (b) Stabilire se  $A$  è diagonalizzabile. .... CoCoA□  
foglio□
- (c) Determinare una matrice  $B$  che abbia gli stessi autovalori di  $A$  con le stesse molteplicità  
ma non sia simile ad  $A$ . ..... CoCoA□  
foglio□

**Esercizio 3.** E' data la famiglia di coniche

$$\gamma_t : x^2 - txy + ty^2 + x + (1 - t)y = 0.$$

- (a) Per  $t = 0$  dire di che tipo è la conica e scrivere le equazioni degli assi in cui la conica è in  
forma canonica. .... CoCoA□  
foglio□
- (b) Classificare al variare di  $t \in \mathbb{R}$  le coniche della famiglia. .... CoCoA□  
foglio□