

Calcolo differenziale ed integrale.
Prima prova. Novembre 2003

Esercizio 1. È data la funzione

$$(1) \quad f(x) = \frac{3}{2} - 2^{-\frac{1}{x^2}}$$

- [a] Scrivere l'insieme di definizione D .
- [b] Calcolare i limiti agli estremi di D .
- [c] Disegnare approssimativamente il grafico della funzione.
- [d] Trovare il più grande intervallo aperto I in cui la funzione è strettamente crescente.
- [e] Dopo aver spiegato perchè esiste l'inversa in I , tracciarne il grafico.
- [f] Trovare l'espressione dell'inversa.

Esercizio 2. Sia f la funzione (1) del precedente esercizio. Trovare tutti gli eventuali zeri positivi della funzione $g(x) = f(x) - x$

Esercizio 3. Sia f la funzione (1) del precedente esercizio. Il limite della successione $\{f(a_n)\}$, $a_n = \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4}$ è

Esercizio 4. Siano f e g due funzioni tali che $|f(x)| \leq |g(x)|$ e che $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow b} g(x) = 0$,

- [a] cosa possiamo dire sul limite $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$?
- [b] cosa possiamo dire sul limite $\lim_{x \rightarrow b} f(x)$?

Giustificare tutte le risposte

Esercizio 5. Stabilire se le seguenti successioni hanno limite oppure no, in caso positivo trovare il limite

$$[a] \quad \left\{ \frac{1 + 2n - 3n^3}{2n^3 + 3n + 2} \right\}$$

$$[b] \quad \left\{ \frac{\sin(n)}{n} \right\}$$

Esercizio 6. Calcolare i limiti

$$[a] \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) + 3x^3}{\sin(x) + 2x^2}$$

$$[b] \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} + x^3 + \log(x)}{e^x + x^3 + \frac{1}{x}}$$

Esercizio 7. Se $f(x) = x^2 + 3x$, allora $f(f(a))$ è

- [a] $\frac{1}{a^2 + 3a}$ [b] $a^2 + 3a$ [c] $(a^2 + 3a)^2$ [d] $(a^2 + 3a)^2 + 3(a^2 + 3a)$ [e] nessuno degli altri.

Esercizio 8. Siano $h(x) = 7x^2$, $g(x) = \frac{x^3}{2}$ e $f(x) = x + 1$: allora $h(g(f(0)))$ è

- [a] $\frac{7}{2}$ [b] 21 [c] 112 [d] 189 [e] nessuno degli altri.

Esercizio 9. Sia f la funzione il cui grafico è in Figura 1. Disegnare il grafico di $|2 + f(x - 3)|$

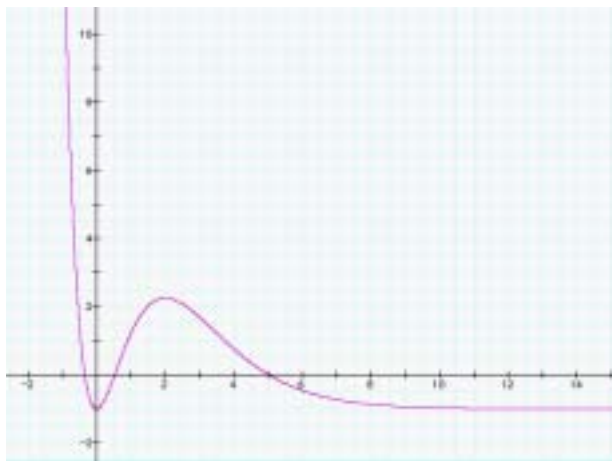


Figura 1