

**Calcolo Differenziale ed Integrale 2**  
**Esercitazione guidata Maggio - Giugno 2011**

**Esercizio 1** È data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy \sin(y)}{\log(x^2 + y^2 + 1)} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

- (i) Trovare l'insieme di definizione  $D$  e l'insieme di continuità.
- (ii) Trovare l'insieme di differenziabilità
- (iii) Trovare la derivata direzionale nell'origine lungo ogni direzione.
- (iv) Individuare la direzione di massima pendenza di  $f$  nel punto  $P = (0, \pi/2)$ .
- (v) Calcolare la derivata direzionale di  $f$  in  $P = (1, 1)$  nella direzione della curva di livello passante per  $P$ .

**Esercizio 2** È data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} x^4 + x^2y & \text{se } y \geq x^2 \\ x^2 + y^2 & \text{se } y < x^2, \end{cases}$$

Trovarne gli estremi assoluti nell'insieme  $A$  definito dalle disequazioni  $1 \leq y \leq 2 - x^2$ ,  $-1 \leq x \leq 1$

**Esercizio 3** È data la funzione  $f(x, y) = x^4 + x^2y$ . Calcolare

$$\int \int_A f(x, y) \, dx dy,$$

dove  $A$  è l'insieme limitato definito dalle disequazioni  $1 \leq y \leq 2 - x^2$ .

*Giustificare tutte le affermazioni*