

## SYLLABUS

### INTEGRALI IMPROPRI

- **Integrali impropri del I tipo**
  - Teorema 1 (con dimostrazione)
  - Criteri di convergenza
    - Teorema 2: Criterio di confronto (con dimostrazione)
    - Teorema: Convergenza assoluta (senza dimostrazione)
    - Teorema: Criterio del confronto asintotico (senza dimostrazione)
- **Integrali impropri del II tipo**
  - Definizione di integrabilità in senso improprio
  - Teorema: Criterio del confronto (senza dimostrazione)
  - Teorema: Criterio del confronto asintotico (senza dimostrazione)

### SERIE NUMERICHE

- **Serie numeriche**
  - Definizione di serie numerica
  - Definizione di ridotta n-esima
  - Definizione di serie convergente convergente e divergente
  - Serie geometrica
  - Proposizione 1 (con dimostrazione)
  - Teorema 2: condizione necessaria di convergenza (con dimostrazione)
  - Serie telescopiche
  - Teorema 2
  - Serie di Mengoli
  - Teorema 3 sulla condizione necessaria (con dimostrazione)
  - Teorema 4 su operazioni sulle serie (senza dimostrazione)
- **Serie a termini di segno costante**
  - Teorema 5 (con dimostrazione)
  - Teorema 6: teorema del confronto (con dimostrazione)
  - La serie armonica
  - La serie armonica generalizzata
  - Corollario 7: confronto asintotico (con dimostrazione)
  - Teorema 8: criterio della radice (senza dimostrazione, solo un'idea)
  - Teorema 9: criterio del rapporto (senza dimostrazione)
  - Teorema 10: criterio integrale (senza dimostrazione, solo un cenno)
  - Teorema 11: criterio dell'ordine di infinitesimo (con dimostrazione)
- **Serie a segni alterni**
  - Teorema 12 sulle serie a s.a.(senza dimostrazione)
  - Proposizione: condizione sufficiente di convergenza
  - Teorema: convergenza assoluta di una serie numerica (senza dimostrazione, anche se data)

### SERIE DI FUNZIONI

- **Introduzione**
  - Teorema 1 (senza dimostrazione)
  - Teorema 2: integrazione per serie (senza dimostrazione)
- **Serie di Taylor**
  - Definizione 1: sviluppabilità in serie di Taylor
  - Teorema 1: criterio di sviluppabilità (senza dimostrazione)
- **Serie di potenze**
  - Teorema 2 e 3 sull'insieme di convergenza(con dimostrazione)
  - Definizione 2: raggio di convergenza
  - Teorema 3 (con dimostrazione)
  - Intervallo di convergenza di una serie di potenze
  - Somma di un a serie di potenze
  - Derivazione termine a termine di una serie di potenze
    - Teorema 1 (senza dimostrazione)
  - Integrazione termine a termine di una serie di potenze
    - Teorema (senza dimostrazione)

## **FUNZIONI A VALORI VETTORIALI**

- **Funzioni vettoriali di una variabile**
  - Limite di una funzione vettoriale
  - Continuità
  - Definizione: curva
  - Grafici di funzioni
  - Coordinate polari nel piano
  - Derivata di una funzione vettoriale
  - Definizione: curva regolare
  - Cinematica nello spazio

## **FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI**

- **Le funzioni di più variabili e i loro grafici**
  - Definizione: curva di livello
  - Le funzioni radiali
  - Curve e superfici di livello
- **Limite in un punto**
  - Norma, proprietà triangolare e disuguaglianza di Cauchy-Schwarz
  - Definizione: intorno, punto di accumulazione
- **Limite in un punto lungo una direzione**
  - Condizione necessaria per l'esistenza di un limite
  - Proposizione: condizione sufficiente per l'esistenza del limite
- **Continuità**
  - Definizione: funzione continua
  - Funzione composta e sua continuità
  - Proposizione: continuità ottenuta "montando insieme" funzioni continue
  - Limiti all'infinito
  - Limiti iterati
- **Sottoinsiemi di  $\mathbb{R}^n$  e loro proprietà**
  - Insiemi aperti, chiusi
  - Punti interni, esterni, di frontiera
  - Insieme limitato
  - Funzione limitata
- **Proprietà delle funzioni continue**
  - Teorema di Weierstrass (senza dimostrazione)
  - Teorema dei valori intermedi (senza dimostrazione)

## **CALCOLO DIFFERENZIALE**

- Derivate parziali
- Significato geometrico delle derivate parziali
- Gradiente e derivate direzionali
- Definizione: differenziabilità e sua Interpretazione geometrica
- Approssimazione lineare
- Teorema: "Una funzione differenziabile è continua" (con dimostrazione)
- Teorema del differenziale (con dimostrazione)
- Teorema: "Se  $f$  ha derivate prime continue in un punto  $P$  allora è differenziabile in  $P$  (senza dimostrazione)
- Teorema: derivata della funzione composta (funzione interna di una sola variabile)
- Interpretazione geometrica della derivata della funzione composta
- Matrice Jacobiana
- Teorema: derivata della funzione composta (funzione interna di più variabili)
- Derivate di ordine superiore
- Teorema di Schwartz (senza dimostrazione)

## APPLICAZIONI DEL CALCOLO DIFFERENZIALE

- **Formula di Taylor di ordine 2**
- Teorema 1 (polinomio di Taylor di  $f$  centrato in  $P_0$ )
- Matrice Hessiana
- **Punti di massimo, punti di minimo e punti di sella**
- Definizione: massimo [e minimo] relativo
- Definizione: punto critico o stazionario
- Definizione: punto sella
- Lemma 2: condizione necessaria di estremo relativo (con dimostrazione)
- Teorema 3: test delle derivate seconde per estremi relativi (senza dimostrazione)
- Definizione: forma quadratica associata a una matrice
- Teorema (determinazione di massimi, minimi o punti sella, basandosi sul determinante dell'Hessiana) (senza dimostrazione)

## • INTEGRALI MULTIPLI

- **Integrali doppi**
- Funzioni a scala e loro integrali
- Definizione: funzione a scala
- Definizione: integrale doppio di una funzione a scala
- Teorema 1 (senza dimostrazione)
- Integrale di una funzione limitata su un rettangolo
  - Definizione: integrale di  $f$  su  $Q$
  - Teorema 2: formula di riduzione (con dimostrazione)
  - Interpretazione geometrica della formula di riduzione
- Integrabilità di funzioni continue su rettangoli
  - Teorema 3 (con dimostrazione)
- Integrabilità su rettangoli di funzioni limitate
  - Definizione: insieme di misura zero
  - Proposizione 4 (con dimostrazione)
  - Teorema 4 (senza dimostrazione)
- Integrabilità su insiemi più generali. Area
  - Definizione: integrabilità su insiemi limitati
  - Osservazione: integrale come volume
- Formula di riduzione
  - Insiemi normali
  - Teorema 5 (con dimostrazione)
- Proprietà degli integrali doppi
- Applicazioni degli integrali doppi
  - Baricentro
- Cambiamento di variabili negli integrali doppi
  - Teorema (senza dimostrazione)
  - Coordinate polari
-