Metodi matematici per la chimica
Corsi di Laurea in Chimica e Chimica Industriale
2003-2004

Esercizio 1 Sia $f : \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ una funzione continua con le sue derivate prime tale che per ogni $(x, y) \in \mathbf{R}^2$

$$2yf_x(x, y) - xf_y(x, y) = 0,$$

dire se esiste la retta tangente alle curve di livello di f nei punti $A = (1, 0), B = (0, 1), C = (1, 1)$ e, in caso positivo, trovarne l'equazione.

Esercizio 2 È data la funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2 - (x^2 + y^2)^2}$$

i) trovare il suo insieme di definizione
ii) mostrare che f è prolungabile per continuità nell'origine detta ancora f la funzione così estesa, dire se esiste il piano tangente, e se esiste, scriverne l'equazione
iii) calcolare la derivata direzionale di f nell'origine in ogni direzione
iv) scrivere l'equazione della retta tangente alla curva di livello $f(x, y) = 2$ ino $P_o = (\frac{1}{2}, 4)$.

Esercizio 3 Sia $g : \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ una funzione continua con le sue derivate prime e seconde che soddisfa la relazione

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = 0$$

Sia h la funzione composta mediante la funzione $g(x, t)$ e la funzione $F(u, v) = (x(u, v), t(u, v))$ dove

$$x(u, v) = \frac{u + v}{2} \qquad t(u, v) = \frac{u - v}{2}$$

Mostrare che la funzione h soddisfa la relazione

$$\frac{\partial^2 h}{\partial u\, \partial v} = 0.$$