Laboratorio del corso di Calcolo Numerico (a.a. 12/13)

Foglio 2

Metodi iterativi per la soluzione di equazioni e sistemi non lineari

1) Studiare la convergenza delle successioni:

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ x_{n+1} = \cos x_n \end{cases} , \qquad \begin{cases} y_0 = 1 \\ y_{n+1} = \sin y_n \end{cases}$$

e giustificarne il diverso comportamento.
Provare per la seconda successione i diversi criteri di arresto:

$$|y_n - y_{n+1}| < 10^{-3} \qquad \text{e} \qquad |\sin y_n| < 10^{-3}$$

con quale scelta il metodo si ferma prima?

2) Studiare il comportamento del metodo delle tangenti applicato all'equazione

$$x e^{-x} = 0,$$

qualora si scelgano i valori iniziali $x_0 = 2$ e $x_0 = 1/2$.
Sapendo inoltre che $\alpha=0 \in [-0.3,\ 0.7]$, approssimare α col metodo di bisezione; quante iterazioni sono necessarie per avere un errore assoluto inferiore a 10^{-4}?

3) Scegliere uno dei seguenti esercizi:

   i. Approssimare col metodo di Newton le due radici prossime ad 1 e la radice prossima a -3 dell'equazione

$$2x^4 + 16x^3 + x^2 - 74x + 56 = 0$$

   e giustificare il diverso comportamento.

   ii. Il sistema non lineare

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = \dfrac{1}{3}(x_1 - x_2) + x_1^2 = 0 \\ f_2(x_1, x_2) = \dfrac{1}{3}(-x_1 + x_2) + x_1 x_2 = 0 \end{cases}$$

   ha le due soluzioni $\alpha = (0,0)$ e $\beta = (-2/3, 2/3)$; applicare il metodo di Newton partendo dal punto $\boldsymbol{x}=(0.5,0.8)$ per approssimare α e dal punto $\boldsymbol{x}=(-2,2)$ per approssimare β.