

Foglio 3

Interpolazione

a) Interpolare la funzione

$$f(x) = \frac{6x}{(x-5)}$$

in 6 punti equidistanti nell'intervallo $[0, \frac{\pi}{2}]$ con il polinomio interpolatore di grado 5 (funzioni Matlab "polyfit" e "polyval"), con l'interpolazione lineare a tratti ("interp1") e con la spline cubica ("spline") (*). In tutti i casi plottare in un unico grafico i nodi, la funzione $f(x)$ e il risultato dell'interpolazione nell'intervallo $[-0.5, 2]$. Analizzare e confrontare la distribuzione su tale intervallo degli errori ottenuti.

b) Costruire i polinomi di interpolazione di grado n relativi alla funzione

$$f(x) = \frac{1}{(25x^2 + 1)}$$

nell'intervallo $[-1, 1]$ utilizzando i seguenti insiemi di nodi:

$$x_i = -1 + \frac{2i}{n}$$

$$x_i = \cos\left(\frac{(2i+1)\pi}{2(n+1)}\right)$$

per $i = 0, 1, \dots, n$ e per $n = 5, 10, 20$.

Commentare i risultati.

c) Interpolare $f(x) = \cos 6x$ su n nodi equidistanti in $[0, \frac{\pi}{2}]$, con n che varia tra 10 e 100; studiare, all'aumentare di n , l'errore commesso nell'approssimare f in $\bar{x} = \frac{3}{2}$.

(*) la routine "spline" del Matlab utilizza una costruzione diversa da quella vista a lezione che non richiede di fissare condizioni al contorno.