

ESERCIZI DI ALGEBRA LINEARE

- (1) Determinare la forma a scalini ridotta della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (2) Dire se le seguenti matrici sono invertibili e in caso affermativo determinarne l'inversa:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -4 & 5 \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix};$$

- (3) Dire se esistono coppie di numeri reali (a, b) tali che valga $\det(A) = 0$ con

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & b \\ b & a & 0 & 0 \\ 0 & b & a & 0 \\ 0 & 0 & b & a \end{pmatrix}.$$

- (4) Calcolare la caratteristica della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (5) Risolvere i seguenti sistemi di tre equazioni lineari in tre incognite (usando sia la riduzione gaussiana che il teorema di Cramer e confrontare i tempi)

$$\begin{cases} 2x - 5y + 7z = 9 \\ -x + 4y + 2z = -2 \\ 3x + 3y - 6z = 5 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x - 2y + 4z = 5 \\ 5x + 3y + z = 8 \\ -2x + 6y + 7z = 3 \end{cases}.$$

- (6) Risolvere i seguenti sistemi lineari

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 + \dots + 5x_6 = 1 \\ -2z_1 + 4x_2 - 7x_3 + x_4 + 2x_5 - 8x_6 = -1 \\ 3x + 3y - 6z = 5 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x - 2y + 4z = 5 \\ 5x + 3y + z = 8 \\ -2x + 6y + 7z = 3 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x + 2y + z + t = 0 \\ 2x - y - z + t = 0 \\ 3x + y - z + 2t = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x + y - z - t = 0 \\ 3x - y + 2z + 3t = 0 \\ 4x + 3z + 2t = 0 \\ x - y + z - t = 1 \\ x - z = t = 0 \end{cases}.$$

- (7) Studiare, al variare di $a \in \mathbb{R}$ il sistema lineare:
$$\begin{cases} 2x + y + az = a \\ ax + y + t = 0 \\ 3x + 2y + z + at = 0 \\ x + ay + t = 0 \end{cases}$$