

a.a. 2014-2015

ESERCIZI DI MATEMATICA GENERALE D-L

Per ogni quesito dare adeguate spiegazioni.

(1) Determinare il campo di validità della disequazione $\frac{x^2-4}{x^2-1} \geq 0$.

(2) Provare per induzione le seguenti formule:

a) $n! > 2^{n-1}, \forall n \geq 1,$

b) $n^2 > 2n + 1, \forall n \geq 3.$

(3) Risolvere il sistema lineare $\begin{cases} x - y + z - t + w = 0 \\ 2x - y + t - w = 1 \\ x + y - z + 2t - w = 1 \\ y - 2t + w = 0 \end{cases}$

e dire se $(1, 0, -1, 0, 0)$ è soluzione.

(4) Dato il sistema lineare $\begin{cases} \lambda x - y = \lambda \\ x - \lambda y = 1 \end{cases}$,

a) dire se esistono $\lambda \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema ha infinite soluzioni e in tal caso determinarle,

b) dire se esistono $\lambda \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema non ha soluzioni,

b) risolverlo per $\lambda = 0$.

(5) Date le rette $r : \begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$, ed $s_\lambda : \begin{cases} x = -t \\ y = \lambda t - 1 \\ z = t \end{cases}$, dire se es-

istono $\lambda \in \mathbb{R}$ tali che $r \parallel s_\lambda, r \perp s_\lambda, r \cap s_\lambda = \{(0, -1, 0)\}$.

(6) Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x^2 - x}, \lim_{x \rightarrow 0^+} x \log x^2, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x^3}$.

(7) Determinare il campo di esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 12x + 20}{x - 4}}$.

(8) Dire in quali punti dell'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$ è crescente la funzione $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x$, e calcolarne la retta tangente nei punti $(0, -1)$ e $(\frac{\pi}{2}, 1)$.

(9) Calcolare $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$.

(10) Calcolare il gradiente della funzione $f(x, y) = x^y$ nel punto $(1, 1)$.