SSIS – A.A. 2007/2008 Classe 59 e Classe 33
Laboratorio Integrato

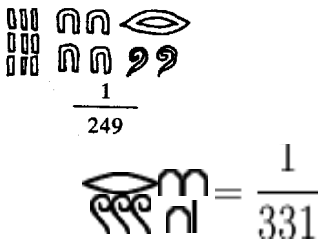
Lettura 3: la scrittura delle frazioni nella storia, confronto con i nostri metodi

Argomento: numeri decimali e scrittura dei numeri

A noi sembra semplice pensare a ½ = 0,5 ma non è stato sempre così: la rappresentazione decimale delle frazioni è stata "inventata" di recente, circa cinque secoli fa. Prima i vari popoli usavano le frazioni senza eseguire la divisione tra numeratore e denominatore, quindi nei calcoli dovevano ricorrere a *trucchi* e a regole pratiche diverse.
Nell'antichità la matematica aveva un carattere soprattutto pratico, legato a problemi di vita quotidiana: la distribuzione di pane, olio, orzo, … fra persone, lo scambio di merci, il pagamento di salari o tasse, la divisione di terreni o eredità … Si usava il calcolo frazionario quando si trattava di dividere numeri non esattamente divisibili tra loro.
Ogni popolo, a seconda del suo sistema di numerazione, adottò un calcolo frazionario diverso, ma in ogni modo i calcoli erano laboriosi e necessitavano di tavole di vario tipo, i calcoli erano eseguiti dagli scribi e non erano alla portata di tutti.

Come esempio vediamo la situazione presso gli ***Egizi*** *(dal III MILLENNIO a.C.)*
Nella "Storia universale dei numeri" di G. Ifrah (editore Mondadori) troviamo:

Le frazioni di numero e il dio smembrato
Gli egizi scrivevano i numeri razionali come somme di frazioni unitarie.
Per esprimere le frazioni con il numeratore 1 , gli egizi si servivano, in genere, del geroglifico della bocca (segno che si leggeva ***èR****, e che, nel contesto, significava «parte») e lo mettevano sopra il numero facente funzione di denominatore:*

Se il denominatore diventava troppo esteso, il simbolo della "bocca" veniva posizionato sopra le "cifre più significative" del denominatore *(scrivendo il* geroglifico indifferentemente da sinistra a destra o da destra a sinistra)	

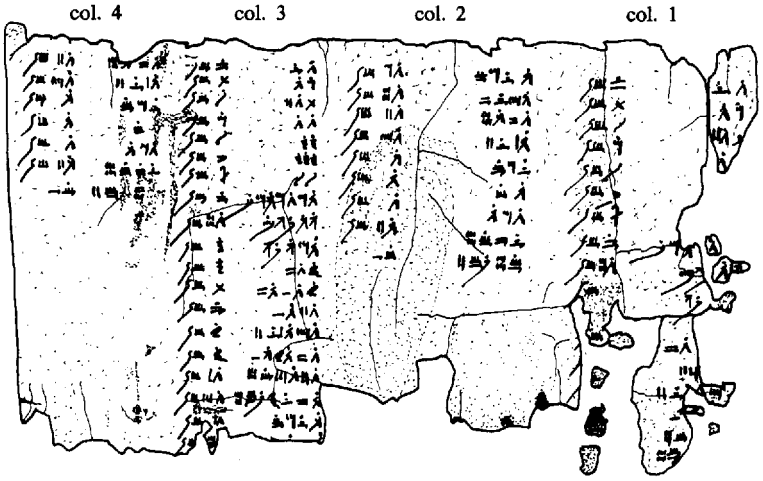
C'erano dei simboli speciali per indicare 1/2 e due frazioni non unitarie 2/3 (usato spesso) e 3/4 (usato meno frequentemente):

Per 1/2 usavano il geroglifico:	o o *si leggeva* ***GeS*** *ed esprimeva l'idea della metà*
per 2/3 scrivevano:	o o *letteralmente: «le due parti»*
per 3/4 scrivevano:	*letteralmente: «le tre parti»*

Per esprimere, ad esempio, la quantità 3/5 usavano i seguenti simboli *che letta da destra a sinistra è pari a 1/2 + 1/10*
La frazione 47/60 si scomponeva così *(da destra a sinistra 47/60 = 1/3 + 1/4 + 1/5).*

Gli Egizi avevano quindi bisogno, per eseguire il calcolo con le frazioni, di "tavole" (vedi disegno) sulle quali leggere le scomposizioni di ogni frazione di uso comune, in somma di frazioni con numeratore 1, in modo che il numero di queste frazioni fosse il più piccolo possibile. (per eseguire rapidamente i calcoli).

Di seguito riportiamo un manoscritto matematico (cuoio) redatto in caratteri ieratici egizi. Si tratta di una tavola di conversione di frazioni in somme di frazioni con numeratare uguale a 1, che gli scribi contabili usavano frequentemente in diverse operazioni aritmetiche. - British Museum.



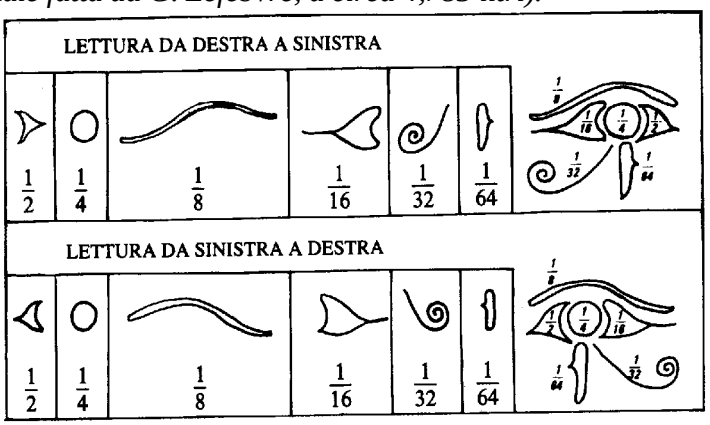
Un esempio significativo dell'importanza che, presso gli Egizi aveva chi sapeva eseguire i calcoli con le frazioni e più in generale del collegamento tra magia, religione e matematica è rappresentato dalla ***leggenda relativa al dio Horus***.

Le frazioni: 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32 e 1/64 erano sottomultipli dell' ***heqat*** o **hekat** *(unità di misura di volume, pari, secondo la stima tradizionale fatta da G. Lefebvre, a circa 4,785 litri).*

Queste frazioni erano rappresentate con simboli particolari e la loro unione dava il disegno magico dell'occhio che il dio Horus, secondo la leggenda, aveva perso combattendo per vendicare la morte del padre.

Il dio Thot, dio dei ***sapienti*** e dei ***maghi***, aveva trovato tutte le parti dell'occhio di Horus, eccetto una, la più piccola, ricomponendole:

1/2+1/4+1/8+1/16+1/32+1/64=63/64



La notazione delle frazioni dell' heqat *per le misure di volume.*

Narra la leggenda che la parte mancante per formare l'unità (1/64), viene data dal dio Thot al ***contabile*** che si pone sotto la sua protezione, come portafortuna nell'esecuzione dei calcoli…

N.B. un esempio dell'occhio di Horus si trova in una vetrinetta del Museo Archeologico di Pegli, nella sezione egizia

*Ricordiamo che il sistema di notazione descritto fu correntemente usato nei papiri redatti in caratteri ieratici ma che, ad eccezione del segno usato per 1/2, questi simboli non appaiono sulle iscrizioni geroglifiche lapidarie, se non all'inizio della **XX** dinastia. D'altronde gli egizi usarono altri sistemi di notazioni frazionarie, in particolare per esprimere misure di lunghezza e di superficie e anche per misure ponderali. Non è qui il caso di esaminare tali notazioni (riguardanti per lo più il campo metrologico), e rinviarne il lettore alla grammatica di S.A. Gardiner e ai lavori di K. Sethe.*

Come i babilonesi sommavano le frazioni *(dal II MILLENNIO a.C.)*

Nel sistema di numerazione dei babilonesi, il numero "sessanta" aveva il ruolo che presso di noi ha il numero "dieci"; probabilmente ciò dipende dall'importanza del “sessanta" nei calcoli astronomici e dal fatto che presso i babilonesi la casta dei sacerdoti-astronomi possedeva le conoscenze matematiche più avanzate dell'epoca.

Vediamo attraverso alcuni esempi il legame tra il numero "sessanta" e i calcoli astronomici:

*a) il numero approssimativo dei giorni dell'anno solare è 360 = 6*60; . .*

b) ogni notte si può vedere che la "cupola" a cui sembrano fissate le stelle si trova ruotata di 1/360 di giro rispetto alla notte precedente alla stessa ora

c) il giorno dei babilonesi era diviso in 6 *"ore" di 60 parti l'una (360 parti in tutto); in ognuna di queste "parti", la Terra ruota attorno al suo asse di 1/360 di angolo giro …*

Dai metodi dei babilonesi derivano le nostre misure degli angoli (angolo giro di 360 gradi, ogni grado diviso in 60 primi, ogni primo in 60 secondi...) e del tempo (ogni ora è divisa in 60 minuti primi, ogni minuto primo è diviso in 60 minuti secondi...).

d) presso i babilonesi il denaro era contato in MINE , ogni MINA (valore di circa mezzo chilo di argento) era divisa in sessanta SIGLI

e) anche le misure di lunghezza e di peso presso i babilonesi "andavano di sessanta in sessanta"

Il numero sessanta, cosi comodo per i calcoli astronomici dei sacerdoti-astronomi babilonesi, era anche comodo nella vita pratica perché ha molti divisori: è infatti divisibile per 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60; ha quindi in tutto 12 divisori (nessun numero fino a 100 ne ha cosi tanti)

D'altra parte possiamo osservare che le frazioni d'uso più comune hanno denominatori che sono divisori di sessanta o sono approssimabili senza grossi errori con frazioni che hanno denominatori divisorio di sessanta: vedi la seguente "Tavola dei sessantesimi"

1/2 = 30/60			
1/3 =20/60	2/3 = 40/60		
1/4 = 15/60	3/4 = 45/60		
1/5 = 12/60	2/5 = 24/60	3/5 = 36/60	4/5 = 48/60
1/6 = 10/60	5/6 = 50/60		
1/7 è circa 1/6 (infatti 1/6 – 1/7 = 1/42)			

Con una semplice tabella come questa, all'epoca dei babilonesi si potevano fare molti calcoli nel modo indicato nel seguente esempio: *per calcolare 1/6 + 3/4 si riducono le due frazioni in sessantesimi e poi si sommano i sessantesimi*
1/6 = 10/60 ; 3/4 = 45/60 e quindi 1/6 + 3/4 = 55/60

ESERCIZIO 1 : usando la "tavola dei sessantesimi" calcola alla maniera dei babilonesi

1/3 + 3/5 = 4/5 - 1/6 =

Il metodo che attualmente utilizziamo per sommare due frazioni senza ridurle in forma decimale è in parte simile a quello usato dai babilonesi:
a) *Si trasformano le due frazioni in frazioni aventi per denominatore il minimo multiplo comune dei denominatori*
b) *Si sommano le frazioni trasformate, sommando i numeratori*

ESEMPIO :

per calcolare 1/6 + 3/4 :

1. *si scrivono i multipli di* 6 *e di* 4
2. *Si cerca il più piccolo multiplo comune (si vede dalla tabella che è 12)*
3. Allora *Si trasformano le due frazioni in frazioni aventi per denominatore il minimo multiplo comune dei denominatori*
   1/6 = 2/12 ; 3/4 = 9/12
4. *Si sommano le frazioni trasformate, sommando i numeratori*
   2/12 +9/12 = 11/12

Multipli di 6	*Multipli di 4*
*2*6=12*	*2*4 = 8*
*3*6 = 18*	*3*4 = 12*
*4*6 = 24*	*4*4 = 16*
*5*6 = 30*	*5*4 = 20*
*6*6 = 36*	*6*4 = 24*
……	……

ESERCIZIO 2 : calcola (con il metodo indicato ora):

7/6 + *5/10* =

7/15 +11/20 =

ESERCIZIO 3 : confronta il nostro metodo di sommare le frazioni e quello impiegato dai babilonesi e scrivi le tue osservazioni

Nel tempo il modo di scrivere le frazioni è cambiato: l'attuale modo proviene ***dall'India*** dove verso il 1000 d.C. i matematici cominciarono a scrivere $\frac{2}{3}$ per indicare "due terzi".
Gli ***Arabi*** introdussero la linea e questa si trova già indicata nei manoscritti latini del Medioevo.

Per secoli e secoli non furono fatti passi avanti nel calcolo, anzi durante il ***Medioevo*** ed oltre, nelle Università venivano disprezzati o ignorati i problemi di ordine pratico per cui i figli dei mercanti se volevano imparare a destreggiarsi nelle permute, negli sconti, ecc. dovevano frequentare le "scuole d'abaco" che nascevano al di fuori delle Università.
Per queste scuole vennero scritti diversi trattati ed in uno di questi, scritto in Toscana da Dionigi Gori nel 1571, troviamo il seguente esempio di "problema risolto":

"Son 2 fano compagnia el primo mette 40 l'altro 30 scudi et anno guadagnato 120, che tocha per uno: metti sopra insieme 30 e 40 fa 70 ed è tuo partitore, poi dirai si 70 mette a 40 che deverà 120, multiplica 120 vié 40, fa 4800, partilo per 70 ne verà 68 4/7 che è ciò che tocha a 40, poi dì si 70 mette 30 che avrà di 120, moltiplica 30 vié 120 fa 3600, parte per 70 ne viene 51 3/7 e tanto tocha a quello che mise 30 ed è fatto, fane prova: somma 51 3/7 con 68 4/7 fa 120 e questo è lo guadagnio ."	Ci sono due soci, il primo mette nella società 40 scudi e l'altro 30. Se hanno guadagnato 120 scudi quanto tocca a ciascuno? *Soluzione* Devi sommare 30 con 40 e otterrai il divisore 70. Poi dirai se su 70 scudi uno ne ha messo 40, cosa gli verrà dei 120 scudi? Moltiplica 120*40 e ottieni 4800, poi dividili per 70 e verrà 68 e 4/7 che è ciò che tocca a chi ha messo 40. Poi dirai chi ha messo 30 su 70 cosa avrà di 120? …… prosegui tu…….

Quanto valgono le frazioni che intervengono nel testo, Gori non lo dice e non lo calcola.

Nel XVI secolo troviamo ancora i contabili alle prese con il calcolo delle frazioni, essi dispongono di "regole" e trucchi più efficaci di quelli degli antichi Egizi, ma il calcolo con le frazioni resta complicato, richiede un addestramento particolare e quindi non è alla portata di tutte le persone che devono eseguire calcoli tecnici, commerciali …
In questo stesso periodo stanno avvenendo profonde trasformazioni che cambiano la mentalità: si scoprono terre nuove, si lotta per la libertà religiosa e di pensiero, si sviluppano nuove tecnologie (stampa, polvere da sparo, partita doppia nella contabilità ….) si sente quindi la necessità di snellire i calcoli per migliorare il commercio, intralciato tra l'altro dalle differenti misure nelle monete e nei pesi, diversi da paese a paese.

Simone Stevino è il tipico esempio di "uomo nuovo": visse tra il 1548 e il 1620 in Olanda, fu ingegnere delle dighe, scienziato, patriota (combatté per liberare i Paesi Bassi dal dominio spagnolo). Nel suo trattato "LA DISME" (la decima), pubblicato nel 1585, propose un sistema di scrittura dei numeri frazionari basato su una particolare scrittura delle frazioni decimali (cioè aventi denominatore 10 o 100 o 1000….) già usata da altri matematici.

1 e 3/5 diventa 1 e 6/10 che Stevino scrive 1(int) 6(dec)
2 e 3/4 diventa 2 e 75/100 che Stevino scrive 2(int) 7(dec) 5(cent)
2 e 1/3 diventa 2 e 3/10 e 3/100 e 3/1000… che scrive 2(int) 3(dec) 3(cent) 3(mil)…..

Altri autori introdussero subito dopo Stevino notazioni simili, Stevino stesso in una successiva edizione de "LA DISME" rese le sue notazioni più efficienti:

Stevino	6 e 35/100 diventa	6(0) 3(1) 5(2)
Altri autori	6 e 35/100 diventa	6 3(I) 5(II)
		(I) (II)
	Oppure	6 3 5

infine in poche decine di anni si arrivò a notazioni simili alle nostre: 6 e 35/100 diventa 6,35 (nei Paesi Anglosassoni si iniziò a scrivere 6.35)