

ESERCIZI DI PROBABILITÀ
LICEO FERMI - 12 FEBBRAIO 2019

- 1) Quo lancia una moneta equilibrata sette volte. Qual è la probabilità di ottenere 4 teste e 3 croci ? Qual è la probabilità di ottenere 7 teste ? Qual è la probabilità di ottenere la sequenza "TTCTCCT" ? E la sequenza "TTTTTTT" ?
- 2) Una moneta truccata, viene lanciata sette volte. La probabilità che esca "testa" è un quarto di quella che esca "croce". Qual è la probabilità di ottenere esattamente 4 "teste" e 3 "croci" ?
- 3) Ogni settimana si svolge una lotteria in cui vengono estratti senza ripetizione 5 numeri da un'urna contenente 100 palline numerate da 1 a 100. Chi indovina uno dei cinque numeri estratti vince 10 euro. Questa settimana Pippo scommette sull'uscita del "17". Qual è la probabilità che Pippo vinca ? Qual è la probabilità che Pippo vinca, sapendo che il "17" non è uscito nelle ultime 130 estrazioni ?
- 4) Nello stato di Sparagnacco, la procedura per diplomarsi è la seguente. Da un'urna contenente 60 palline numerate da 1 a 60 vengono estratte ad una ad una tutte le palline (senza rimetterle dentro). Si passa l'esame solo se alla 47-esima estrazione viene estratto il numero 47. Qual è la probabilità che Archimede prenda il diploma ?
- 5) Nel 1970 i Beatles vennero a Genova in incognito e pernottarono all'albergo *Nicolas Bourbaki* (ora distrutto per costruire l'attuale dipartimento di matematica). L'albergo aveva 10 camere di lusso disposte dallo stesso lato di un corridoio rettilineo dell'ultimo piano. A ciascuno dei cantanti venne assegnata a caso una camera: qual è la probabilità che avessero camere contigue ?

- 1) “4T3C”: Il numero di casi possibili è 2^7 . Il numero di casi favorevoli è

$$\binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35,$$

per cui la probabilità è $35/128 = 27.34\%$. Nel caso di “7T” la probabilità è $1/128 = 0.8\%$, che è la stessa probabilità delle due sequenze.

- 2) Il numero di modi in cui si possono disporre quattro teste e tre croci è $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 35$. La probabilità di ottenere una fissata sequenza è $(\frac{1}{5})^4 \times (\frac{4}{5})^3 = \frac{4^3}{5^7}$, per cui la probabilità di avere 4 teste e 3 croci è

$$35 \cdot \frac{4^3}{5^7} = \frac{7 \cdot 2^{12}}{10^6} = 0.0286(72).$$

- 3) Se si ordinano le palline estratte, il numero di possibili estrazioni è $100 \cdot 99 \cdot \dots \cdot 96$, mentre le estrazioni in cui esce il “17” sono $5 \times (99 \cdot 98 \cdot \dots \cdot 96)$, per cui la probabilità è di $5/100 = 0.0500$.
- 4) Il numero di modi in cui si possono estrarre le 60 palline è $60 \cdot 59 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = 60!$. I casi *favorevoli* sono quelli in cui al 47-esimo posto c'è la pallina contrassegnata con “47”. Questo si può realizzare in $59 \cdot 58 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = 59!$. La probabilità richiesta è: $\frac{59!}{60!} = \frac{1}{60} = 0.0166\dots$
- 5) Il numero di modi di occupare 4 camere su 10 è $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 210$, il numero di modi in cui si possono occupare 4 camere in modo consecutivo è 7, da cui la probabilità richiesta è $1/30 = 0.0333\dots$