Esercizi di Probabilità

Liceo Fermi - 19 febbraio 2019

1 Se ho un mazzo con 5 chiavi, tutte uguali, ma solo una apre il portone di casa. Di solito tengo le chiavi in tasca, scelgo una chiave e la provo, se non funziona provo con un' altra e così via finchè non trovo quella giusta per aprire il portone di casa.
È più probabile che indovini al primo tentativo o al secondo o al terzo o al quarto...
Cambia se ho un mazzo con n chiavi?

2 Il Futuro può influenzare il passato? Se ho un'urna che contiene 10 palline rosse e 10 palline bianche, se faccio due estrazioni senza reinserimento, se so che la seconda pallina estratta è rossa, la probabilità che la prima pallina estratta sia bianca è sempre $1/2$?

3 Consideriamo un mazzo di 40 carte. "estrarre una carta dispari" ed "estrarre un 7" non sono indipendenti (verificare). Allora possiamo concludere che "estrarre un dispari" ed "estrarre una carta di denari" sono indipendenti?

Cenni di soluzioni

1 Indichiamo con $A_1 =$"ho trovato la chiave giusta al primo tentativo", $A_2 =$"ho trovato la chiave giusta al secondo tentativo" e così via fino a A_5. Facendo il confronto fra casi possibili e casi favorevoli $\mathbb{P}(A_1) = 1/5$. La probabilità di A_2 coincide con la probabilità dell'evento che il primo tentativo Ŕ andato fallito mentre il secondo no (quindi in un mazzo di 4 chiavi ho trovato quella giusta), quindi $\mathbb{P}(A_2) = \frac{4}{5}\frac{1}{4} = \frac{1}{5}$. In questo modo si vede che $\mathbb{P}(A_i) = 1/5$ per ogni $i = 1, \ldots, 5$. Nel caso di un mazzo di n chiavi, $\mathbb{P}(A_i) = 1/n$ per ogni $i = 1, \ldots, n$.

2 Indichiamo con $R_i =$"nella i-esima estrazione ho estratto una pallina Rossa" e con $B_i =$"nella i-esima estrazione ho estratto una pallina Bianca" , con $i = 1, 2$ Vogliamo calcolare

$$\mathbb{P}(B_1|R_2) = \frac{\mathbb{P}(R_2|B_1)\mathbb{P}(B_1)}{\mathbb{P}(R_2)} = \frac{10}{19} \neq \frac{1}{2}$$

3 Indichiamo con $A =$"estrarre una carta dispari", $B =$"estrarre un 7", $C =$"estrarre un dispari", $D =$"estrarre una carta di denari". Abbiamo che

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \frac{1}{40} \neq \frac{1}{40}\frac{20}{40} = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$$

$$\mathbb{P}(C \cap D) = \frac{5}{40} = \frac{20}{40}\frac{10}{40} = \mathbb{P}(C)\mathbb{P}(D)$$

(quindi gli eventi A B non sono indipendenti, mentre gli eventi C e D lo sono)