CALCOLO & USO & CONFRONTO TIR/VAN

Per confrontare due attivita' (flussi) sia VA che TIR/IRR forniscono indicazioni che vanno utilizzate con accortezza, e tenendo presente il loro effettivo significato.
Dati 2 flussi

F1) pagamento di 100 (immediato), ritorno di 15 dopo 1 anno e 105 dopo 2 anni

F2) pagamento di 100 (immediato), ritorno di 7 dopo 1 anno , 7 dopo 2 anni , 110 dopo 3 anni

<u>Valore attuale</u>
Si suppone che tassi di interesse correnti/ottenibili siano t
Significa che S (tra j anni) ora vale $S(1+t)^{-j}$ (rectius: da somma $S(1+t)^{-j}$ ora investita posso ottenere S tra j anni)

Se applico al primo flusso (pagamenti + ricavi)

$$VA_1 = -100 + 15(1+t)^{-1} + 105(1+t)^{-2}$$

se applico al secondo flusso ottengo

$$VA_2 = -100 + 7(1+t)^{-1} + 7(1+t)^{-2} + 110(1+t)^{-3}$$

Questo confronto permette anche di osservare che, se posso reinvestire a tasso t
dopo 3 anni otterro' dal primo flusso

$$(1+t)^3 (VA_1 + 100) = 15(1+t)^2+105(1+t)^1$$

e dal secondo

$$(1+t)^3 (VA_2 + 100) = 7(1+t)^2 + 7(1+t)^1 + 110$$

Quindi con il Van considero anche la possibilità di reinvestimento a tasso t
L'operazione risulta vantaggiosa rispetto ai tassi correnti se VA>0 e tra due operazioni dovrei scegliere quella con un VA maggiore In questo caso a vari tassi t si ha

1,00%	3,00%	3,50%	7,00%	9,00%	12,00%	
17,78	13,54	12,51	5,73	2,14	-2,90	F1
20,56	14,06	12,51	2,45	-2,75	-9,87	F2

Se t < 3.5% F2 e' piu' conveniente. Per tassi > 3.5% risulta piu' conveniente F1
F1 risulta vantaggiosa fino ad un tasso (imprecisato) tra 9% e 12% , F2 risulta vantaggiosa fino ad un tasso (imprecisato) tra 7% e 9% Con tassi dell'1% il pagamento iniziale (equo) dovrebbe essere 117,78 (F1) o 120,56 (F2) , con tassi 3,5% dovrebbe essere 112,51 (F1 e F2) , con tassi 9% dovrebbe essere 102,14 (F1) o 97,25 (F2). Il valore attuale non considera la possibilita' di tassi diversi nei tempi futuri.

<u>TIR/IRR</u>
Per ogni operazione si puo' calcolare il TIR/IRR cioe' (se esiste) l'unico tasso che attualizza correttamente i valori (positivi e negativi) del flusso.
Per il flusso 1 si ha l'equazione

$$0 = -100 + 15(1+t)^{-1}+105(1+t)^{-2}$$

oppure

$$0 = -100(1+t)^2 + 15(1+t) +105$$

[siccome t>-1 basta trovare l'unica radice positiva x* di $0 = -100x^2 + 15x +105$
e risulta t = x*-1]

Per il flusso 2 si ha

$$0 = -100 + 7(1+t)^{-1} + 7(1+t)^{-2} + 110(1+t)^{-3}$$

oppure

$$0 = -100(1+t)^{3} + 7(1+t)^{2} + 7(1+t) + 110$$

[basta trovare l'unica radice positiva x* di $0 = -100x^{3} + 7x^{2} + 7x + 110$ ...]

Il TIR/IRR risulta 10.24% per il flusso 1 e 7.92 % per il flusso 2

Questi tassi forniscono i valori per cui il valore attuale = 0 (e oltre i quali l'operazione non e' conveniente, l'indicazione e' interessante se i tassi possono variare nel tempo).

Nonostante il TIR piu' elevato il flusso 1 risulta meno vantaggioso a tassi < 3.5%

Se pero' e possibile reinvestire i proventi nella stessa attivita' allora il TIR piu' elevato indica la preferibilita' del flusso 1 (e/o del tipo di investimento).
Un confronto diretto dei due flussi non e' possibile per i diversi tempi e le diverse quantita' (fronte di 100 F1 restituisce 120, F2 restituisce 124 ma in tempi diversi) ma e' possibile confrontare quanto la somma di 100 produce in tempi uguali
Ad esempio nell'arco di 6 anni si avrebbe questa situazione con il flusso 1

-100	15.00	105.00			
	-15.00	2.25	15.75		
		-107.25	16.09	112.61	
			-31.84	4.78	33.43
				-117.39	17.61	123.26

e anno per anno

0.00	0.00	0.00	0.00	51.04	123.26

Con il flusso 2 invece

-100	7.00	7.00	110.00		
	-7.00	0.49	0.49	7.70	
		-7.49	0.52	0.52	8.24
			-111.01	7.77	7.77	122.12

con saldi nei vari anni

0.00	0.00	0.00	16.00	16.01	122.12

La somma al termine dei sei anni e' prossima (~122) ma il flusso1 ha prodotto ancora ~51 e il flusso 2 solo ~32 Inoltre il primo flusso puo' essere modificato in modo da ottenere, rispetto al flusso 2, somme maggiori in tempi piu' brevi. Se dopo 4 anni non si reinveste 16 si ha

-100	15.00	105.00			
	-15.00	2.25	15.75		
		-107.25	16.09	112.61	
			-31.84	4.78	33.43
				-101.39	15.21	106.46

con risultato annuale

0.00	0.00	0.00	16.00	48.64	106.46

Al termine dell' anno 5 il flusso 1 da' un vantaggio di 32.65 che compensa ampiamente la differenza (~16) che si genera al tempo 6 $32.65 > 16 > 16(1+t)^{-1} \quad \forall\, t > 0$.

Esempio 2
E’ possibile scegliere tra due attività (investimenti)
A1 prevede un esborso di 100 e un ritorno di 150 dopo un anno
A2 prevede un esborso di 100 e un ritorno di 200 dopo 2 anni

La scelta dipende dal soggetto
Un imprenditore e’ portato a scegliere la prima attività :se il ritorno (150) puo’ essere reinvestito allo stesso modo al secondo anno si avrà un ritorno di 225 .

Un semplice investitore (senza possibilità di reinvestimento nella stessa attività) al termine dell’anno puo’ investire 150 ad un tasso corrente t e il ritorno dopo 2 anni sarà 150(1+t) dala prima attività e 200 dalla seconda. Se (1+t) < 200/150 = 1.33 (tasso < 33%) l’attività 2 e’ preferibile.

Un investitore con possibilità (garanzia ?) di reinvestimento nella prima attività ragionerà come un imprenditore

L’imprenditore e l’investitore con reinvestimento scelgono il TIR piu’ elevato
(TIR = 50% per A1, TIR = 41.42% per A2) l’investitore “semplice” considera
i due valori attuali al tasso t (corrente)

$$VA1 = -100 + 150\,(1+t)^{-1}$$
$$VA2 = -100 + 200\,(1+t)^{-2}$$

Infatti

$$VA1 < VA2 \;\Leftrightarrow\; 150\,(1+t)^{-1} < 200\,(1+t)^{-2} \;\Leftrightarrow\; 150(1+t) < 200$$

Come tasso t considera il tasso che puo’ ricavare da un investimento
(che suppone uguale al tasso che paga per rimborsare un finanziamento)
Infatti se la somma 100 e’ presa a prestito dopo 1 anno da A1 risulta 150, pagato il prestito resta

$$150 - 100(1+t) = (1+t)\,VA1$$

che puo’ essere ancora investito a tasso t per ottenere dopo due anni $(1+t)^2$ VA1

Da A2 torna (dopo 2 anni) 200 e pagato il prestito resta

$$200 - 100(1+t)^2 = (1+t)^2\,VA2$$

A tassi ragionevoli (es 10%) risulta VA1=36.36 e VA2= 65.28
In questo caso da un investimento di 100 al termine del secondo anno con A1 si avrebbe solo 165 (=rendimento annuo 28.5%) invece di 200 (=rendimento annuo 41.42%)

Benche’ TIR/IRR sia un indicatore interessante spesso Valore attuale e’ preferibile
Solo se e’ possibile il reivestimento da A1 si ottiene 225 (=rendimento annuo 50%)

VA vs IRR

Confronto tra VA (valore attuale) e IRR/TIR (Internal revenue rate/Tasso interno di rendimento)	VA	IRR/TIR
Formula	VA = $\sum_{k=1,n} A_k(1+t)^{-k}$	t* tc. VA(t*) = 0 (o $(1+t)^n$ VA(t*) = 0)
Calcolo	Semplice e sempre possibile assegnato t . Valore di t dipende da considerazioni “esterne”	Richiede soluzione eq (polinomiale) e garanzia unicita’ Necessario t* >-1
Calcolo con Excel (I flussi A sono gli elementi di un Vettore)	=NPV(t, valori) valori puo’ essere un vettore di arbitraria lunghezza [es NPV(5% , A1:A44)] piu’ singoli valori [es NPV(5% , A1,100,A4,….)] Ogni “singolo valore” puo’ essere un intervallo [es NPV(5%, A31:A41, A51:A59, A71:A81)]	=IRR Con argomento intervallo es IRR(A1:A10) o vettore IRR({-10000,5000,6000}) Si puo’ indicare un tasso t0 prossimo alla soluzione es IRR (A1:A10 , 1%)
Significato	Valore del flusso	Rendimento dell’operazione (suppone implicitamente attivi reinvestiti nello stesso modo)
Se usato per confrontare due flussi /attivita’	Individua il piu’ conveniente (in assoluto)	Individua l’attivita’ piu’ redditizia (se reinvestimento…)

<u>Problema del valore reale</u>

Per periodi non troppo brevi e’ interessante cercare di eseguire i calcoli in valore reale. Non e’ possibile sapere ne’ i prezzi futuri ne’ i beni necessari

Se si suppone un tasso di inflazione di j % i prezzi P diventano (in media) dopo k anni $(1+j)^k$. Se un bene (paniere di beni) ha prezzo attuale P la somma S acquista ora S/P quantita’ di bene e e tra k anni [(prezzo) P $(1+j)^k$] solo (S/P) $(1+j)^{-k}$ quantita’ di bene. La somma S (futura) vale come potere di acquisto attuale (S) $(1+j)^{-k}$

Un flusso a_i espresso in termini reali diventa $a_i (1+j)^{-i}$ e

Il TIR (in termini reali) si ottiene imponendo

$$0 = a_0 + \sum_{i=1,n} a_i (1+j)^{-i} (1+t)^{-i} = a_0 + \sum_{i=1,n} a_i (1+s)^{-i}$$

[(1+s)= (1+j) (1+t)]

Risolvendo al solito

$$P(x) = \Sigma_{i=0,n} a_i x^{n-i} = \Sigma_{i=0,n} a_i (1+s)^{n-i} = 0$$

si ha

$$x = 1+s = (1+j)(1+t)$$
$$s = x-1 ,$$
$$t \text{ (reale)} = (s-j) (1+j)^{-1}$$

Se il tasso di inflazione non e' costante nel tempo le formule cambiano e l'ultima relazione non vale.

Il VAN esprime il valore attuale di un flusso futuro e permette il confronto con una somma posseduta in questo momento. Il fattore di sconto [$(1+t)^{-i}$ o equivalente] esprime il deprezzamento derivante dal mancato possesso per un periodo.

Il VAN puo' essere calcolato in due modi .
Se si suppone che il deprezzamento includa anche la perdita di potere di acquisto si considerano solo le quantita' a_i.
Se il fattore di sconto pesa semplicemente la non disponibilita' si devono considerare i valori $a_i (1+j)^{-i}$.
Questo conto permette implicitamente un confronto tra l'investimento e l'acquisto di un bene sicuro
[casa ? , oro ? , titolo legato all'inflazione ? ecc...]

Un conto analogo a quello del valore reale si ha se si considerano due valute e il tasso di inflazione corrisponde al deprezzamento,supposto costante nel tempo (?) di una valuta rispetto all'altra.