

INTERESSE +SCONTO

A fronte di un prestito (anticipo) di un capitale C si conviene che al termine di un periodo fissato verrà restituito $C+I$

I interesse :

si esprime in percentuale e si indica con un numero del tipo $t \cdot C$

[5% significa che $t = 5/100$]

$$I = 5/100(C)$$

C iniziale diventa a fine periodo $(1+t) \cdot C$

Se da C a fine periodo

otterro' $(1+t) \cdot C = C_1$

ora un capitale C_1

vale $C_1/(1+t) = (1-s) \cdot C_1$

Quindi $s \cdot C_1$ e' quanto devo sottrarre un importo futuro C_1

pagato (regolato/ anticipato) ora
 s si chiama sconto

Ovviamente

$$(1-s) = (1+t)^{-1} > (1-t) \quad \& \quad s < t$$

Chi sconta pone spesso (scorrettamente) $s=t$.

INTERESSE SEMPLICE

Se fissato l'interesse t (per periodo base)

l'interesse e' posto $a \cdot t$ per un periodo $a \cdot \text{periodo base}$

Quindi

C diventa $(1+t)C$ $(1+2t)C$ $(1+nt)C$

l'interesse e' sempre calcolato sull'importo iniziale
debito iniziale

INTERESSE COMPOSTO

Con interessi semplici da un periodo

all'altro un debito cresce in modo disuguale

Al termine di ogni periodo si ricalcola il debito
e su questo gli interessi

Quindi

C diventa

$C \cdot (1+t)$ $C \cdot (1+t)^2$ $C \cdot (1+t)^n$

CAPITALIZZAZIONE

Il ricalcolo a (fine periodo) in cui gli interessi
diventano capitale si chiama Capitalizzazione

Per periodi non interi $(n+h)$ con $0 < h < 1$

CAPITALIZZAZIONE COMPOSTA

Si esprime il periodo come $n+h$

$$C = C_0 \cdot (1+t)^{n+h} = C_0 \cdot \exp(n+h \cdot \ln(1+t))$$

CAPITALIZZAZIONE MISTA

Si usa interesse semplice per il periodo h

$$C = C_0 \cdot (1+t)^n \cdot (1+ht)$$

$$[= \text{retta tra } (1+t)^n \text{ e } (1+t)^{n+1}]$$

$$[=(1+ht) \text{ anziché } (1+t)^h]$$

$$CM > CC$$

$$[\text{convessità} \exp(ax) \text{ a} = \ln(1+t)$$

[binomio gen

$$(1+t)^h = 1+ht+0.5(h)(h-1)t^2+0(h^3) \dots]$$

% gradi libertà /arbitrarietà anno 360/365 giorni
mesi 30/ 28-31 giorni

Es (in Italia) cc bancari:

Calcolo interessi e (capitalizzazione) trimestrale

Capitalizzazione mista

Tempo minimo 1 giorno

TASSI EQUIVALENTI

Come avere/riferire interessi rispetto ad un tempo diverso (Es trimestrale –annuale ecc...)

tempo T con interessi semplici

basta moltiplicare T per il periodo
(interesse nominale)

con interessi composti 2 tassi sono equivalenti se
a tempi = corrispondono capitali =
(indipendentemente da capitalizzazione intermedie)

Es : t_a tasso annuale t_t tasso trimestrale

capitale C_0 dopo 4 trimestri

$$C = C_0 (1+t_t)^4$$

e dopo 1 anno

$$C = C_0(1+t_a)$$

Formule

$$t_a = (1+t_t)^4 - 1$$

$$t_t = (1+t_a)^{1/4} - 1$$

$$\{ \text{quindi } t_a > 4 \cdot t_t \text{ e } t_t < t_a/4 \}$$

Tasso nominale sovrastima / sottostima
a seconda del periodo (piu' corto / piu' lungo)

[A volte si indica j_m = tasso nominale (annuale) j
capitalizzato m volte]

Tasso t_0 assegnato
-divido anno in k periodi capitalizzo a fine periodo
tasso t_0/k per periodo
Tasso annuale
 $t_a > k \cdot (t_0/k)$

Massimo tasso (annuale t_a) corrispondente ad
un tasso nominale dato ?

$$t_a = (1 + (t_0/k))^k - 1$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty}$$

$$t_a = \exp(t_0) - 1;$$

Forza interesse

$W(t)$ valore nel tempo

$$W(t+s) = W(t) * m(t,s)$$

m montante

$$[W(t+s) - W(t)] / W(t) = (1+tx)^s - 1$$

referito al tempo

$$(1/s) * [W(t+s) - W(t)] / W(t) = (1+tx)^s - 1$$

(intensita' interesse)

$$\lim_{s \rightarrow 0} = W' / W = \log(W)'$$

intensita' istantanea

$$\{ W' = d W \quad W(t) = \exp(d t) \sim (1+d t) \dots \}$$

VALORE ATTUALE

Se il tasso periodale e' t

capitale C

corrisponde a $C(1+t)^k$ tra k periodi

Una somma C dovuta tra k

periodi corrisponde a una somma

attuale

$$C(1+t)^{-k}$$

(valore attuale)

POTERE ACQUISTO TASSO REALE

Se tra 1 periodo (1 mese 1 anno ecc...)

i prezzi sono aumentati

e occorre $C(1+j)$ al posto di C

C (futuro) vale (in potere d'acquisto)

$C(1+j)^{-1}$

Dopo 1 periodo si ha realmente

$$C' = C (1+t) (1+j)^{-1}$$

il tasso "vero" [senza inflazione] è x

$$(1+x) = (1+t)(1+j)^{-1}$$

$$x = (1+t)/(1+j) - 1 = t-j / (1+j)$$

Si ha sempre

$t-j > x$ {e la comune stima $t-j$ è scorretta}

La formula vale anche per k periodi se t e j costanti .

DA COSA DIPENDONO INTERESSI

-macro (globale)

- Autorita' monetaria regola con banche tasso di sconto tus

(tasso su anticipazioni)

- tasso sconto rende conveniente / non conveniente contrarre debito

- influenza economia (espansione economia)

- micro

- privati (e banca- privato) fissano tassi

- Banche chiedono di piu' per prestiti

- Offrono di meno per depositi

- eventuali garanzie rendono il creditore piu' sicuro del rimborso

(differenza credito al consumo // mutui ipotecari)

- incertezza sulla restituzione aumenta il tasso

- effetto variazione

se si cede un credito (fissato in passato)

i tassi possono essere piu' alti o piu' bassi

di quelli attuali (vantaggiosi o svantaggiosi)

valore del credito dipende anche dalla differenza dei tassi

A settembre 2005 la situazione dei tassi e' la seguente

0.75-1,5 remunerazione deposito bancario

2% tassobce

% tassi medi rilevati

3.82 tasso variabile mutui

5% tasso fisso mutui

5.6-6,6 % credito banca impresa

9.4- 12.5 % crediti personali/ ap credito banche

10% -20% crediti tipo finanziaria (non banca) - privato

(acquisto rateale , anticipo, cessione 5)

esistono tassi limite che non si dovrebbero superare
(tasso usura/ (1.5) rilevazione media per la classe)

Es 8 % risulterebbe

tasso usura per mutuo a tasso fisso (> 7.5)

(e vantaggioso per acquisto rateale)