

ESERCIZI CDI - Foglio 2

(1) - Ricordando che :

(a) se n è dispari

$$\begin{array}{l} \text{la diseq. } \sqrt[n]{Q(x)} \geq P(x) \text{ si risolve con } Q(x) \geq (P(x))^n \\ \qquad \qquad \qquad (\leq) \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad (\leq) \\ \qquad \qquad \qquad (>) \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad (>) \\ \qquad \qquad \qquad (<) \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad (<) \end{array}$$

(b) se n è pari

- la diseq. $\sqrt[n]{Q(x)} \leq P(x)$ si risolve con il sistema
$$\begin{cases} Q(x) \geq 0 \\ P(x) \geq 0 \\ Q(x) \leq (P(x))^n \\ \qquad \qquad \qquad (<) \end{cases}$$
- la diseq. $\sqrt[n]{Q(x)} \geq P(x)$ si risolve con l'unione
$$\begin{cases} Q(x) \geq 0 \\ P(x) < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} P(x) \geq 0 \\ Q(x) \geq (P(x))^n \\ \qquad \qquad \qquad (>) \end{cases}$$

risolvere le seguenti disequazioni:

$$\begin{array}{llll} \sqrt{6x-5} \leq x; & \sqrt{4x-3} > 6-x; & \sqrt[3]{x^3+3x-2} \geq x-1; & \sqrt{x^2-x} > x+1; \\ \sqrt{6x-5} + x < 0; & \sqrt[5]{x-1} \leq 1; & \sqrt{x^2+4x} \geq x-2; & \sqrt{x^2+24} + 3 \geq 2x; \\ 2x < \sqrt{8-x} + 6; & 1 \leq x - \sqrt{x^3-7}; & \sqrt{x^2-8x} - \sqrt{x-8} > 0; & \sqrt{\frac{x+3}{2-x}} + x > 3; \\ \sqrt{2-x} > \sqrt{2x+1}; & \sqrt{2x^2-1} \leq \sqrt{x-1}; & \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+1}} \geq 0; & \sqrt{\frac{x+3}{x+1}} \geq 0; \\ \sqrt{x^2-x+7} < -\sqrt{2-5x}; & -\sqrt{x^2+x+3} \leq \sqrt{3x+2}; & \sqrt{x^2-2x} \geq x\sqrt{x+1}. \end{array}$$

(2) - Risolvere le seguenti diseq. esponenziali e logaritmiche:

$$\begin{array}{llllll} 3^x \geq 2; & 3^{2x} > 81; & \left(\frac{3}{2}\right)^x < \frac{8}{27}; & 7^{x+2} \geq 49; & 2^{x+1} \geq 3^x; & \left(\frac{2}{5}\right)^{x+3} < \left(\frac{5}{2}\right)^{x-2}; & 2^{3x-4} < 2^{x^2-5}; \\ -4^x - 3 \cdot 2^x > 2^{2x} - 2^x; & 9 \left(\frac{2}{3}\right)^x + 2 + 4 \left(\frac{2}{3}\right)^{-x} \leq 0; & \frac{1}{3^x-9} - \frac{1}{3^x+1} > 0; & 5^{2x} + 5^x - 5 > 0; \\ \log_2(x^2-1) \geq 3; & \log_{10}\left(\frac{1}{3}-x\right) \geq 0; & \sqrt{\log_{10}(x^2-1)} > \sqrt{\log_{10}(2x-1)}; & \log_{\frac{1}{2}}(x^2-1) \geq 0; \end{array}$$

$$\log_3(x^2-1) \geq 1; \quad \log_3(x+1) \geq \log_3(x^2-x-2); \quad \log_3(x-2)-\log_3(x+1) > 1; \quad \log_3(x-2)+\log_3(x+1) > 0;$$

$$\log_5\left(\frac{2-x}{x+3}\right) < \log_5 4; \quad \log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{4+x}{2x+11}\right) \leq \log_{\frac{1}{5}} x; \quad \frac{1}{2} \operatorname{Log}(-x^2+2x) < \operatorname{Log} x;$$

$$\log_3^2 x - 7 \log_3 x + 12 \leq 0; \quad \log_2^2(x+5) - \log_2(x+5) - 6 > 0; \quad \log_{\frac{1}{2}}^2 x - \log_{\frac{1}{2}} x - 2 \geq 0.$$

(3) - Disegnare la funzione periodica $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$:

- a) di periodo 2 che in $[-1, 1]$ è uguale a: $1 - |x|$;
- b) di periodo 4 che in $[-2, 2]$ è uguale a: $1 + |x|$;
- c) di periodo 2 che in $(0, 2]$ è uguale a: $x^2 + x$;
- d) di periodo 3 che in $[-1, 2)$ è uguale a: x .

(4) - Risolvere le seguenti disequazioni trigonometriche:

$$2 \cos x < -\sqrt{3}; \quad \sin x \leq \frac{1}{2}; \quad \cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \tan \frac{x}{2} + 1 > 0; \quad 2 \cos(2x) - 1 \leq 0; \quad \tan x \leq -\sqrt{3};$$

$$1 - \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \geq 0; \quad \sqrt{3} \tan \frac{x}{2} \geq 3; \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin x < 0; \quad 0 < \tan x \leq \sqrt{3}; \quad \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) > 0;$$

$$\cos(x+1) \geq -\frac{1}{2}; \quad \sin(1-x) < \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \tan(2x) \leq 1; \quad \cos^2 x \geq 1; \quad \sin(x^2) \geq 1;$$

$$|\cos(2x)| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \left|\tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right| \leq \sqrt{3}; \quad |\sin(\pi x)| < \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad |\cos(1-x)| \geq \frac{1}{2};$$

$$\cos^2 x \sin 2x > 0; \quad 2 \sin^2 x - \cos x - 1 > 0; \quad \cos^2 x + \frac{3}{2} \sin x > 0; \quad \sqrt{\cos(2x) - 1} \leq 1;$$

(5) - Trovare il dominio delle seguenti funzioni:

$$\sqrt{\frac{|x^2-x|}{x^3-1}}; \quad \frac{1}{\sqrt{1-\cos x}}; \quad \frac{1}{1+x^2}; \quad \ln(|x+1|); \quad \frac{1}{2-\cos(3x)}; \quad \tan(x^2+1); \quad \ln(x+2x^2)^2;$$

$$\arctan\left(\frac{1}{x}\right); \quad \frac{1}{\arctan(x^2-1)}; \quad \frac{x}{\ln(1+x)}; \quad \log_{\frac{1}{2}}|4-x^2|; \quad \arctan \sqrt{x(x+1)}; \quad \frac{2x-1}{1-\log_2|x|};$$

$$\arccos \sqrt{x^3-1}; \quad \sqrt{-2+\log_{\frac{1}{2}}|x+1|}; \quad \arcsin(\ln x); \quad \frac{1}{\ln(|x|)}; \quad \arctan \frac{x^3-x}{|x|-1}; \quad \frac{2}{1+\log_3|x|}.$$

(6) - Dire se le seguenti funzioni risultano pari o dispari, ne' pari, ne' dispari (dopo, ovviamente, averne stabilito il dominio):

$$f(x) = 2x^3 - x; \quad f(x) = \sqrt[3]{x^2+1}; \quad f(x) = \sqrt[3]{x^3-x}; \quad f(x) = 4 - 2x^4 + (\sin x)^2;$$

$$f(x) = \tan(2x); \quad f(x) = |\sin x|; \quad f(x) = |x+x^3|; \quad f(x) = \log_2\left(\frac{1-x}{1+x}\right); \quad f(x) = \log_2(x^2-1);$$

$$f(x) = \log_2(|x^2-1|); \quad f(x) = x \sin x + |x|; \quad f(x) = x \cos x + |x|; \quad f(x) = x \cos x - x^3;$$