

### ESERCIZI CDI - Foglio 3

(1) - Dopo aver disegnato il grafico di  $f(x) = x^2 + 2x$ , dedurre i grafici delle seguenti funzioni:

$$f(x+1); \quad |f(x)|; \quad f(x)-3; \quad f(|x|); \quad 3f(x); \quad f(3x); \quad f\left(\frac{x}{2}\right).$$

(2) - Partendo dai grafici delle funzioni elementari, mediante traslazioni e simmetrizzazioni, tracciare il grafico delle seguenti funzioni, dopo averne trovato il dominio, e dedurne l'insieme  $Im f$ . Dire se sono limitate o no ed indicare  $max$ ,  $min$  e/o  $sup$ ,  $inf$  di  $Im f$ :

$$f(x) = x - x^2; \quad f(x) = 2x^2 + x - 3; \quad f(x) = \left| \frac{1}{x} + 2 \right|; \quad f(x) = |1 - |x^2 - 1||;$$

$$f(x) = |\sin x|; \quad f(x) = -e^{x+1}; \quad f(x) = \log_{\frac{1}{2}} |x|; \quad f(x) = |e^x - 1|; \quad f(x) = e^{|x|};$$

$$f(x) = 2 + \sin x; \quad f(x) = |e^{-x} - 1|; \quad f(x) = \arcsin |x|; \quad f(x) = \log_2(x+1);$$

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \in [-2, 0) \\ -1 & x \in [0, +\infty) \end{cases}; \quad f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & x \in (-1, 0] \\ x^2 & x \in (0, 2] \end{cases}; \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \in (-1, 0] \\ x - 2 & x \in (0, 3] \end{cases}.$$

(3) - Risolvere **graficamente** le seguenti disequazioni:

$$|x^2 - 2x - 1| \geq -x + 1; \quad |3x - 2| < x + 4; \quad |3x - 2| \leq |-x - 4|;$$

$$|1 - |x|| \leq 2 - x; \quad |-x^2 + 1 - x| \geq |x^2 + 1|; \quad |-x^2 + 1 - x| \geq x - 1.$$

(4) - Tracciare il grafico delle funzioni seguenti, dopo averne trovato il dominio, e dedurne l'insieme  $Im f$ .

Dire se sono invertibili. In caso affermativo determinare  $dom$  di  $f^{-1}$  e tracciare il grafico dell'inversa, poi, se possibile, determinarne l'espressione. In caso negativo considerarne una restrizione invertibile e rispondere ad analoghe richieste:

$$f(x) = \sqrt{-x}; \quad f(x) = \frac{1}{|x|} - 2; \quad f(x) = \log_{\frac{1}{2}} |x|; \quad f(x) = -2^{x-1} + 1; \quad f(x) = 2 - (x-1)^2;$$

$$f(x) = \arctan(1 - |x|); \quad f(x) = |\arctan(1 - x)|; \quad f(x) = \frac{1}{2 - |x|} + 1; \quad f(x) = |\sqrt[3]{3 + |x|} - 2|;$$

$$f(x) = -1 + \frac{1}{|2 - |x||}; \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \in [-2, -1] \\ -2 \ln x & x > \frac{1}{e} \end{cases}; \quad f(x) = \begin{cases} |e^x + 1| & x < -1 \\ x - 1 & x \geq -1 \end{cases}.$$

(5) - Calcolare, se esistono, i seguenti limiti (il simbolo  $x \rightarrow \pm\infty$  rappresenta i **due** limiti  $x \rightarrow +\infty$  e  $x \rightarrow -\infty$ ):

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^2 - x; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3 - 2x^2 - 3}{2x^3 - x + 2}; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + x + 1}{-x^3 + 4x^2 - 2}; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{x} - x; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2 + 1};$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^2 - \sqrt[3]{x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt[3]{x^7} - x^2 + 2}{2x^3 - 2x + 1}; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{-\sqrt[3]{x^5} - 2x^2 + 1}; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2 + 1}};$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2 + \sqrt{x}}{1 + 3x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 5x - 7}{3x^2 - x - 2}; \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{\sqrt{6x^2 + 3} + 3x}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{|x^2 - 1|}; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}};$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{2x^2 + 3x} - \sqrt{5x}); \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{2x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + 1}); \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{2x^3 + 3x} - \sqrt{2x^3 + 1});$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{2x^2 - 3} - 5x); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x); \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{5 - x}}{|x - x^3|};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x^2 + 5x + 9} - 3}{|x - x^2|}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - \sqrt{8x+1}}{\sqrt{5-x} - \sqrt{7x-3}}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 1} - 3x); \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 3}}{4x + 2};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{\sin^2 x}; \quad \lim_{x \rightarrow 3} \log_2 \left( \frac{x - 3}{\sqrt{x + 6} - 3} \right); \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\sin(2x)}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{|x|};$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} 5^{\frac{2x}{x+3}}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2(3x)}{|x| \sin x \cos x}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\ln x)}{\ln x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - e^{\frac{1}{x^2}}}{x \sin^2(\frac{2}{x})}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\frac{x^2}{x^2+1})}{1 - e^{-\frac{1}{x}}};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(2x)}{\sin(|x|)}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(|x| + 1)}{\sin^2 x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\frac{1}{x^2})}{\sqrt{x^4 + 1}}; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{x} - \sqrt{x+1}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{|x| + x^2};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{\frac{1}{x}}; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 5x \ln\left(\frac{x}{1+x}\right); \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \sin x)}{\tan^2 x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\tan x}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1 - x^2)}{\sqrt{x} - 1};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4 - |x^2 - x|}}{1 - \cos(3x)}; \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5 - x^2)}{|x^2 - 2x|}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - |x|}{\sin^2(x - 1)}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(2x)}{2 - \sqrt{4 - 3x^2}};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \sin\left(\frac{2}{x}\right); \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{\sqrt{x^3 + x^2}}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2x^2 - x)}{1 - |x^2 - 2x|}; \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - |x - x^2|}{1 - \cos(x - 2)};$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2 - x^2)}{x^2 \sin^2(1 - x)}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(2\sqrt{x})}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} |x - 1| \ln x; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{e^x}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x \sin\left(\frac{1}{|x|}\right); \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sin x \sin\left(\frac{1}{x}\right); \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^{5x}; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{x+3}.$$