INTRODUZIONE

Confucio (551 a. C. – 479 a. C.) ***"Se ascolto dimentico, se vedo ricordo, se faccio capisco"***

Sono molte le persone che, a distanza di tempo, non hanno chiari i concetti matematici studiati a scuola, non li ricordano, confondono nomi *(etichette)* e significati o ricordano solo procedure fine a se stesse *(proporzioni e teorema di Pitagora sono un classico).*
Ma allora: ***"a che cosa serve la matematica imparata a scuola !?!"***
Si scopre che manca la **consapevolezza del significato, interno o esterno alla matematica, dei concetti appresi**.

Sappiamo che nell'insegnamento di qualunque disciplina si intrecciano i seguenti aspetti:

CHE COSA	Programmi
COME	Aspetti didattici
PERCHE'	Aspetti semantici e culturali

Nell'insegnamento della matematica molto spesso l'attenzione è sbilanciata sul **CHE COSA** *(ansia di svolgere i programmi).*

Il **COME** è molto spesso "didattica frontale": ti spiego *(regola, formula, teorema, ...)*, ti faccio un esempio, ti assegno esercizi analoghi ... più esercizi svolgi più impari. Ma **CHE COSA IMPARI?** La regola, la formula, il teorema, ... o il CONCETTO? IL SIGNIFICATO E ... IL PERCHE'? A CHE COSA (mi) SERVE ? ...

... NON (mi) INTERESSA → NON CAPISCO

Il **PERCHE'** è spesso carente nella costruzione degli aspetti semantici interni e quasi sempre assente negli aspetti esterni alla scuola (dove però è nata la matematica!!), negli aspetti storico-culturali *(a che cosa "serve"?).*
L'assenza degli aspetti associati alla REALTÀ porta allo **SCOLLAMENTO SCUOLA-VITA.**

Molte "regole" poi, con le quali siamo tutti cresciuti, nascono e muoiono nella scuola e paradossalmente alcune non hanno contenuto matematico o hanno contenuto errato: sono retaggio di pratiche didattiche (PURTROPPO CONSOLIDATE, COMPLICI ALCUNI LIBRI DI TESTO) orientate all'addestramento piuttosto che all'apprendimento e danno luogo a idee errate che nel tempo devono essere A FATICA demolite e ricomposte per l'apprendimento corretto dei concetti sottesi.

Nell'apprendimento di un nuovo concetto, invece, l'aspetto semantico è prioritario (altrimenti imparo filastrocche che non so utilizzare in situazioni nuove – *insegnamento a spirale*).

E' provato che se apprendo i PERCHE' anche ESTERNI ALLA SCUOLA o meglio A PARTIRE DAI PERCHE' ESTERNI ALLA SCUOLA, apprendo meglio e riesco meglio a distanza di tempo a utilizzare il concetto.

Per la matematica, inoltre, è importante avere/creare consapevolezza di tutti i suoi aspetti e in particolare:

- **Matematica come LINGUAGGIO/I**: alfabeto, termini, sintassi, semantica interni e interferenza con linguaggio comune. Per esempio:
  - ✓ stesso segno con significati diversi: "-" (sottrazione/opposto); "=" (valore/procedurale)
  - ✓ stesso segno associato a sintassi diverse: 3+2 oppure 3/2 + 5/3
  - ✓ interferenze con significati del linguaggio comune: "uguale" e "="; "più o meno" e "+" "-", frazione, ...

  ... MA ...

  - ♦ se conosco l'alfabeto → conosco la lingua?
  - ♦ Se so comporre le parole → capisco e parlo la lingua ? …

- **Matematica come MODELLI** *(interni e associati alla realtà)*: disciplina atta a costruire modelli descritti con un linguaggio che consente di esprimere in forma simbolica oggetti teorici e non.
  Algebra, aritmetica, geometria euclidea nel piano e nello spazio, sono modelli

  ... MA anche ...

  L'algebra o aritmetica dell'orologio e del calendario .... la geometria della sfera *(sferica),* la geometria del "come vede l'occhio" (prospettiva - *proiezione centrale)*, delle ombre del sole *(proiezione parallela)*, geometria della pentola di acciaio *(cilindro)*, del palloncino, …
  Tutti modelli con simboli, definizioni, regole … propri !!

  A differenza dell'Italiano, in molte lingue il termine *matematica* è al plurale.

⇩

In questo corso ci domandiamo, in particolare:

1) COME COSTRUIRE UN PONTE SCUOLA – VITA ?
2) QUALE DIDATTICA AIUTA A POTENZIARE SEMANTICA E APPRENDIMENTO ??

LE NOSTRE RISPOSTE
Per il punto 1): proporre la materia evidenziando le relazioni **Realtà → Modello → Realtà** e potenziando gli aspetti del linguaggio (simboli, sintassi, semantica), sottolineando sempre che dipendono dal modello utilizzato (confrontando termini e significati uguali e/o diversi nei vari modelli)

Quindi partire da un problema e scoprire la matematica che serve per risolverlo, invece di partire da una definizione e fare poi un esempio.

Nasce così la necessità della teoria: attraverso processi di ***astrazione e generalizzazione*** si passa dalla Realtà *(problema)* alla "messa in formula" *(Modello)*, si cerca la soluzione numerica teorica che poi attraverso processi di ***interpretazione e decisione*** relativi al mio caso particolare *(Realtà)* viene accettata o rifiutata.

Tale strategia didattica, inoltre, permette di evidenziare aspetti trasversali della matematica (lettura/interpretazione del testo, sintassi/semantica, struttura di una frase, ...) validi per tutti gli ordini di scuola compresa l'Università ...

Per il punto 2): proporre una didattica che aiuti l'alunno ad essere parte attiva del proprio processo di apprendimento.
Potremmo dire che già ***Confucio*** *(500 a.C. circa)* con la sua massima ***Se ascolto dimentico, se vedo ricordo, se faccio capisco*** interpretata in chiave didattica, mette in crisi la didattica tradizionale, associata all'approccio SOLO frontale, a favore della ***didattica costruttivista***, associata a lezioni partecipate in cui l'alunno è parte attiva del proprio processo di apprendimento.

VEDIAMO UN POSSIBILE "COME" .
Il corso propone un'analisi *didattico/disciplinare* di alcuni nodi concettuali associati alle conoscenze matematiche di base, al fine di **recuperare significati corretti dei concetti indagati** e proporre un **insegnamento della matematica orientato all'apprendimento consapevole.**

Tema unificante del modulo: matematica, realtà e … quale matematica a scuola?

Uno degli obiettivi principali del corso è mettere in relazione alcuni atteggiamenti "negativi" degli studenti nei confronti della matematica con stereotipi, modi di insegnamento, … incontrati/comunicati nel corso degli anni e recuperare un significato di matematica ***come strumento*** **per** ***modellizzare la realtà/fenomeni reali*** (che consente letture storiche, anticipazioni, generalizzazioni, … della realtà/fenomeno in esame) oltre che ***come teoria*** (nei suoi aspetti interni: linguaggio specifico, "regole", definizioni, assiomi, teoremi, …).

Vedremo come anche gli esercizi "classici" proposti a scuola possano assumere un valore culturale e formativo alto, se presentati e analizzati come intreccio con la realtà in cui viviamo.

Lo schema di analisi proposto è quindi:

Realtà → Modello → Realtà

dove intendiamo per:
- **Realtà: un problema "grezzo"** *(non ancora formalizzato)*, gestibile dall'alunno *(vicino alla sua esperienza e preferibilmente per lui interessante).* Vedremo in seguito che il problema può essere sia "concreto" sia teorico (cioè interno alla matematica stessa)
- **Modello:** la matematica *"incorporata"* nel problema e/o la matematica che *descrive* il problema

Vedremo che:
✓ **per quanto riguarda i processi logici e di apprendimento,** nello schema proposto R → M → R:

A) la transizione **Realtà → Modello** *(operazione logica associata alla "messa in formula" del problema)* stimola lo sviluppo di capacità di *astrazione* e di *generalizzazione, formulazione di ipotesi, …* nei momenti di *"messa in formula del problema"* e nella ricerca di un *modello* utile alla sua risoluzione.
Tale attività può comportare una perdita di informazioni del problema iniziale, per esempio:
nella misura, la scelta di strumenti più o meno sensibili può portare a risultati numericamente diversi;
nella "messa in formula" occorre individuare le variabili *significative* e, se il problema è complesso, occorre fare delle "semplificazioni" con *approssimazioni*, *scelta* delle variabili più significative e dello strumento teorico più

adatto. Diversamente il modello diventerebbe troppo complesso e occorrerebbero strumenti teorici non gestibili dai bambini. Occorre cioè saper *selezionare* le variabili più adatte a descrivere il problema e *trascurarne* altre *(che danno comunque informazioni ma trascurabili per quel problema);*

….

B) l'attività interna al **Modello** *(utilizzo di: proprietà, operazioni, formule, "regole", linguaggio disciplinare …)* permette di comprendere che è il ***quadro di riferimento teorico***, ottenuto dagli sviluppi interni della matematica, che **garantisce *l'esistenza o meno di una soluzione teorica corretta*** del problema e che permette di ***determinarla.*** Occorrerà poi *decidere* se tale soluzione è accettabile per il nostro particolare problema "reale" *(vedi punto seguente).*

C) la transizione **Modello → Realtà** richiede la capacità di ***controllare*** il risultato ottenuto, di ***interpretarlo*** nel problema in esame ***(SEMANTICA DEL RISULTATO)*** per poter ***decidere*** se la soluzione teorica *(sempre corretta e accettabile nel modello dei numeri reali!!)* è accettabile, va rifiutata o deve essere "adattata" per il quesito iniziale *(nella Realtà).* Per esempio: nella misura di un oggetto la scelta di strumenti più o meno sensibili può portare a risultati numericamente diversi, qual è la misura "vera" dell'oggetto? Quale risultato *scelgo*?

Spesso la "matematica" della scuola opera **solo** nel *Modello*, con calcoli e formule fine a se stesse, mentre la "matematica" che fa ragionare sta nelle "frecce", **così come l'attività del matematico!!**

✓ **Da un punto di vista didattico, culturale e formativo,** lo schema Realtà → Modello →Realtà:

- permette ai bambini di:
  - prendere coscienza e partecipare in prima persona all'attività propria di un matematico: *modellizzazione, interpretazione, controllo, studio di nuovi modelli, …*
  - apprendere in modo motivato (*perché finalizzati alla soluzione di un particolare problema significativo, quindi **associati ad una situazione di riferimento significativa***) concetti *(ordinamento dei numeri, misura, conta, priorità delle operazioni, …)*, algoritmi *(quelli delle quattro operazioni, …)*, proprietà *(perpendicolarità, parallelismo, …)*, formule, modelli *(aritmetica, geometria euclidea, ...)*, …
  - evita ai bambini un apprendimento meccanico e stereotipato della matematica *(vissuta **solo** come insieme di tecniche di calcolo di base, formule e regole, spesso, prive di giustificazione ed avulse dalla realtà).*
- aiuta l'insegnante a creare un ponte tra la scuola ed il mondo extra scolastico, contribuendo a perseguire gli obiettivi culturali e formativi propri della scuola dell'obbligo.

QUALE DIDATTICA DELLA MATEMATICA ?

Didatticamente tutto ciò si può perseguire se l'insegnante propone problemi reali, vicini al vissuto dei bambini e per loro interessanti *(quindi contestualizzati in una **situazione di riferimento significativa**)*, la cui soluzione richieda la conoscenza del concetto matematico che si vuole indagare.
Prima di ricercare la soluzione è bene che l'insegnante indaghi conoscenze e concezioni dei bambini sull'argomento, al fine di creare un punto di partenza comune; successivamente la classe, con la mediazione dell'insegnante, arriverà a *scoprire* la matematica che la situazione incorpora o descrive.
In questo modo i concetti matematici si *costruiscono* collegialmente e il ruolo dell'insegnante è quello di mediatore *(non di unico detentore della conoscenza).*
Egli, quindi, solo a posteriori compirà una sintesi e una puntualizzazione degli aspetti emersi.
L'attenzione è centrata sui ***processi di pensiero*** degli alunni e sul ***linguaggio***, abilità trasversali importanti, oltre al calcolo, per la formazione dell'alunno.
Tale ***modello*** difficilmente consente agli alunni di costruire l'immagine della matematica come insieme di formule e regole senza apparenti motivazioni e "utilità".

QUALI ESERCIZI ?

Ad esempio, esercizi che propongono problemi e situazioni problematiche ricche, anche complesse ma interessanti e accessibili, quindi stimolanti:

- formulati in un opportuno ***contesto reale, significativo per l'alunno*** e al cui interno si trovi il concetto matematico da indagare. In tal modo si crea una situazione di classe che ***motiva*** l'apprendimento di nuovi strumenti matematici e che crea una "storia di classe" cui far riferimento in futuro per richiamare alla mente il concetto in oggetto. Per esempio: problemi di spesa, resto, chi pesa di più o di meno, chi arriva prima, chi è più alto … sono utili per introdurre al significato delle 4 operazioni, del confronto di numeri, …

E’ bene anche il viceversa cioè che l’insegnante dopo lo svolgimento di esercizi numerici proponga più testi di problemi che hanno quelle operazioni/espressioni per soluzione. In questo modo i numeri acquistano/conservano significato. In seguito si può chiedere anche ai bambini di formulare semplici testi di problemi le cui soluzioni contengano le operazioni svolte: in questo modo si potenzia costantemente il significato dei numeri utilizzati, delle operazioni svolte e dei risultati ottenuti e diventa anche più semplice capire/abituarsi alla necessità del ***controllo*** del risultato.

- con più soluzioni ottenute sia da procedimenti diversi sia da dati ricavati da misure *(quindi con possibili arrotondamenti diversi)*, o, eventualmente, anche senza soluzioni. Con troppi dati e/o dati mancanti e/o dati da ricavare *(con misure, calcoli)*, per costruire l’abitudine a ragionare anziché favorire l’abitudine ad attivare meccanicamente tecniche di calcolo di base o a scegliere nel testo “parole chiave” che orientino alla soluzione tecnica *(per esempio: “in tutto” diventa sinonimo di “somma tutti gli elementi” , “quanto rimane” diventa sinonimo di “sottrai”)* ed evitare stereotipi del tipo *“per risolvere il problema occorre usare tutti i dati”.*

In tal modo il bambino è ***stimolato a scoprire la matematica*** “incorporata” nel problema, cioè a “cercare” il modello matematico che descrive la situazione in esame.
Dopo averlo “trovato” e “sistemato” con la guida dell’insegnante, si lavora nel modello a livello teorico *(per esempio si risolve un’espressione, si fanno calcoli, si usano formule, ...)* e in ultimo si ***controllano*** i risultati e si ***interpretano***

Per ottenere risultati occorre che l’insegnante sappia:

- accettare inizialmente un ***linguaggio*** anche non molto appropriato e preciso, farlo evolvere lentamente introducendo termini specifici ***solo dopo*** che sia stato costruito il loro significato *(evoluzione del linguaggio da comune a disciplinare con termini specifici).*
- rendere cosciente il bambino della differenza tra il <u>ruolo lettore</u> (interpretare un testo/disegno prodotto da altri, quindi interpretare processi di pensiero altrui) e il <u>ruolo produttore</u> (produrre un testo/disegno per altri, quindi con la necessità di essere chiaro, non ambiguo, …). Questi aspetti possono essere sviluppati in classe, ad esempio, scambiando tra i bambini i compiti *(eventualmente anonimi)* in modo che ognuno si trovi a dover correggere *(quindi interpretare)* testi di altri.
- richiedere la produzione di testi per giustificare le risoluzioni e potenziare i ***disegni/grafici come strumento di pensiero***. Le figure geometriche che rispettano le proporzioni dei dati, la linea dei numeri, ... aiutano la comprensione dei concetti in esame.
- stabilire un ***contratto didattico*** in cui l’alunno si possa esprimere liberamente, si abitui a ***verbalizzare*** (orale e/o scritto) i processi che stanno dietro al ragionamento, a ***formulare ipotesi*** ed ***argomentarle/discuterle*** (riflessione sul proprio pensiero, immedesimarsi nel pensiero altrui) sempre senza il timore del giudizio.
- gestire un ***ruolo positivo dell’errore*** come momento di confronto e chiarimento. L’errore acquista così una valenza positiva e permette: al bambino di confrontarsi serenamente e di imparare a sostenere le proprie idee motivandole, all’insegnante di capire più facilmente che cosa blocca l’alunno ed intervenire adeguatamente
- preparare ***verifiche***, in itinere e/o finali, tese ad evidenziare ***l’impegno*** a comprendere il problema, la ricerca e la giustificazione della sua messa in formula prima e più di un risultato numerico corretto.

CONCLUDENDO, si può dire che a scuola sia quasi più importante imparare il ***significato*** dei procedimenti (cosa che spesso manca) piuttosto che il ***procedimento*** stesso.
Ovviamente occorre conoscere i procedimenti che sono parte della conoscenza del Modello: per la divisione, per esempio, occorre sapere l’algoritmo di calcolo ed il suo significato di sottrazione ripetuta, ma per l’estrazione di radice è più rilevante conoscere il significato, in quanto per il calcolo si usa spesso la calcolatrice.